

面 向 2 1 世 纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

环境工程仿真与控制

姚重华 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

面 向 21 世 纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

环境工程仿真与控制

姚重华 编著



内容提要

本书是教育部"高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划"的研究成果，是面向21世纪课程教材和教育部环境工程"九五"规划教材。

本书分成五章。第一章是"仿真"，讲述环境工程过程的仿真即过程建模及求解的方法，并介绍活性污泥过程、二沉池二维流态等模型的建模和求解过程。第二章是"过程控制"，讲述反馈控制系统的控制规律及自动化仪表，并介绍污水处理主要设施的自动控制方法。第三章是"动态分析"，讲述如何导出过程的传递函数，以及如何利用传递函数对环境工程的过程动态进行定性和定量的分析。第四章是"人工智能"，重点介绍神经网络、专家系统和模糊控制的理论及在环境工程仿真与控制中的应用。第五章是"复杂控制系统"，介绍串级、分程、比值、前馈、选择性和非线性控制系统，以及在环境工程过程控制中的应用。

图书在版编目(CIP)数据

环境工程仿真与控制/姚重华编著．—北京：高等教育出版社，2001
ISBN 7-04-009332-4

Ⅰ．环…　Ⅱ．姚…　Ⅲ．①环境工程—计算机仿真 ②环境工程—计算机控制　Ⅳ．X5-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第037837号

环境工程仿真与控制
姚重华　编著

出版发行　高等教育出版社
社　　址　北京市东城区沙滩后街55号　　邮政编码　100009
电　　话　010-64054588　　传　　真　010-64014048
网　　址　http://www.hep.edu.cn
　　　　　http://www.hep.com.cn

经　　销　新华书店北京发行所
排　　版　高等教育出版社照排中心
印　　刷　北京民族印刷厂

开　　本　787×960　1/16　　版　　次　2001年8月第1版
印　　张　14　　印　　次　2001年8月第1次印刷
字　　数　250 000　　定　　价　12.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

前　言

21世纪是信息时代。仿真与控制是信息技术在环境工程中应用的重要内容,也是环境工程学科发展的重要方向。为此,有必要在高等学校环境工程专业开设有关的课程,对学生进行适当的训练。本书正是为环境工程专业本科学生编写的一本教材。

顾名思义,仿真就是对真实的模仿。物理仿真是通过对过程建立的物理模型来进行,数字仿真是通过对过程建立的数学模型来进行。由于计算机的发展与普及,同时由于数字仿真的简易、迅捷和巨大包容性,以及相对试验而言的低成本和互补性,数字仿真在包括环境工程在内的各个领域正迅速推进,被称为是一项“无孔不入”的技术。

自动控制包括过程控制、顺序控制、运动控制等分支。化工、环境工程等领域的控制行为属于过程控制。使用过程控制时,在受控过程进行中要不断对过程的状态或参数如温度、压力、浓度等进行测量,并将测量值与设定值进行比较,然后根据一定的控制方案对过程的有关参数进行调整,使该过程按照既定的一组设定值运行,达到确保过程运行稳定、安全、经济的目的。

环境工程是以污染物的处理和处置为主要内容的。环境工程仿真与控制的目的,是了解污染物处理过程的机制、提高污染物的处理效率、降低污染物的处理费用。这对保护环境具有重要作用。同时,我国目前在环境工程设施的工艺开发、工程设计和运行管理中,还未普遍应用仿真与控制技术,因而存在一个环境工程仿真与控制的潜在市场。开发这个市场,具有重要经济价值。学习环境工程仿真与控制,还有助于提高环境工程专业毕业生与自动控制专业技术人员之间的理解与沟通。

本书分成五章。第一章是仿真,讲述环境工程过程的仿真即过程建模及求解的方法,并介绍活性污泥过程、二沉池二维流态等模型的建模和求解过程。第二章是过程控制,讲述反馈控制系统的控制规律及自动化仪表,并介绍污水处理主要设施的自动控制方法。第三章是动态分析,讲述如何导出过程的传递函数,以及如何利用传递函数对环境工程的过程动态进行定性和定量的分析。第四章是人工智能,重点介绍神经网络、专家系统和模糊控制的理论及在环境工程仿真与控制中的应用。第五章是复杂控制系统,介绍串级、分程、比值、前馈、选择性和非线性控制系统,以及在环境工程过程控制中的应用。

本书可作为大专院校环境工程专业的本科学生及研究生学习“环境工程仿真与控制”的教材或参考读物，也可供从事环境工程仿真与控制的专业技术人员阅读。由于信息技术发展很快，也由于本书内容涉及环境工程、自动控制、人工智能等不同学科，编写中疏漏之处在所难免，敬希读者不吝指教。本书稿由华东理工大学环境工程系赵庆祥教授审阅并提出宝贵意见，谨此致谢。

姚重华

2000.1

目　　录

第一章 仿 真

仿真是一种求解实际问题的方法。当问题有一定的复杂性时，可以先建立该问题的模型，并以模型为基础对问题进行分析。这一过程，即被称为仿真。如果建立的是物理模型，如水利工程中的水坝模型、风洞试验中的飞机模型等，则建模及分析的过程为物理仿真。如果建立的是数学模型，如大气污染物的扩散模型、物质的反应动力学模型等，则建模及分析的过程为数字仿真。随着计算机信息处理速度的加快及计算机的普及，数字仿真已开始显现强劲的发展势头，在工程技术乃至社会生活的许多领域获得广泛应用，被称为是一项“无孔不入”的技术。

仿真与试验是对立统一。之所以要仿真，主要是进行试验有困难。例如，有的试验要求高温、高压，条件难以实现；有的试验时间过长、费用较高；有的研究对象变量多、要求试验次数过多等等。由于数字仿真是在建立数学模型的基础上，利用计算机速度快、容量大的优点，可以模拟各种苛刻的试验条件，可以在短时间内获得结果，可以研究包含几十甚至几百个变量的问题，因此相对于试验有很大的优越性。但是，仿真又不能完全替代试验。仿真模型中的参数，往往要通过试验来确定；仿真的结果毫无疑问仍要通过试验来验证。所以，在仿真与试验的关系上，一是要肯定仿真的重要作用，二是要确定试验的终裁性。将仿真与试验有机地结合在一起，是研究复杂系统的有效方法。

与航空、化工等领域相比，仿真在环境工程领域还处在起步发展阶段。在单元操作及处理流程的模型化方面，在模型的求解、解的验证和显示方面，以及在仿真机的研制方面，均有大量工作要做。笔者编写本章的目的，不是介绍有关仿真的完整的理论，而是试图结合环境工程实例为读者提供有关仿真的基本方法，即建模与求解的基本方法，以便读者能在环境工程的仿真中应用这些方法，以推动环境工程仿真工作的发展。

第一节 模型的建立

仿真的第一步，是要建立研究对象或过程的数学模型，以描述研究对象或过程内部各个变量间的相互关系。模型的主要用途，是对问题进行分析。在过程

的模型建立以后，可以通过有计划地变动模型的输入量，来模拟施加在该过程的外界扰动或人为控制，以考察该过程的响应情况；也可以通过改变模型的结构或参数，来模拟过程设施结构或过程参数的变化，以考察过程的输出的相应变化。

一、模型分类

数学模型主要有机理模型与统计模型两大类。机理模型是依据过程的质量、能量及动量守恒的原则，以及反应动力学等原理来建立模型，属“白箱”模型。统计模型是依据过程输入、输出数据，利用一定的统计方法对数据进行分析来建立模型，属“黑箱”模型。有的模型既利用过程机理又利用测试数据来建立模型，这种模型为混合模型，属“灰箱”模型。究竟使用机理模型还是统计模型，目前仍有不同意见。侧重工艺的技术人员倾向于使用机理模型，因为机理模型有坚实的理论基础；而侧重控制的技术人员则倾向于使用统计模型，因为只要有过程的数据，即可通过辨识来建立模型。在实际工作中，兼考虑过程机理及数据统计的混合模型获得广泛应用。但在仿真工作中，机理模型仍是使用较多的模型。

数学模型除按建模原理分类之外，还有其它分类方法。例如，在模型的数学形式上，有代数方程、微分方程、偏微分方程之分；在模型参数的适用范围上，有集总参数和分布参数之分；在模型内变量的关系上，有线性与非线性之分；在模型的时间特性上，有连续和离散之分；在变量与时间的关系上，有稳态与非稳态之分，等等。

本章内容主要涉及过程的机理模型。在机理模型中，集总参数过程的变量间关系一般用微分方程(组)来描述，而分布参数过程的变量间关系一般用偏微分方程(组)来描述。

二、建模方法

机理模型的建模原则是所谓的“一进一出一反应”，即单位时间单位体积系统内物质、能量或动量的积累量，等于进入该系统的物质、能量或动量的量，减去离开该系统的物质、能量或动量的量，加上(或减去)系统内的物质、能量或动量的反应生成量(或消失量)。例如，有关物质数量模型的建模原则为：

$$V(\mathrm{d}\rho_j/\mathrm{d}t) = q_{V_i}\rho_{ji} - q_{V_o}\rho_{jo} \pm \sum_n VR_{jn} \tag{1.1}$$

式中，V 是反应器体积，$\mathrm{d}\rho_j/\mathrm{d}t$ 是组分 j 在 V 内的浓度 ρ_s 随时间 t 的变化率，q_{V_i}、q_{V_o}分别是流入或流出 V 的水流量，ρ_{ji}、ρ_{jo}分别是组分 j 在进水和出水中的浓度，R_{jn}是第 n 个反应中组分 j 生成或消失时浓度变化的速率。

环境工程中污染物处理过程的反应机理一般比较复杂。这种复杂性一是表现为影响反应进程的因素很多，难以全部搞清楚；二是表现为参与反应的物质种

类较多，且过程参数随空间位置会有所变化。

因此，在建立环境工程过程的机理模型时，一般需要通过合理地引入一些假定对系统进行简化，抓住主要部分，舍弃次要部分，使模型能在公认的机理的基础上得以建立；同时，需对系统进行分割，以便在较小的空间子系统范围内使机理模型得以成立，然后再通过对所有子系统的综合，来达到建立整个系统机理模型的目的。可以说，建模的基本原则，加上合理的过程假定及合理的系统分割，是成功建立机理模型的必要条件。

例 1.1　活性污泥过程模型

活性污泥过程是废水生物处理的重要方法，在城市污水和工业废水的处理中已得到大量应用。活性污泥过程的模型化工作，长期以来也因此有了长足的发展。图 1.1 是典型的活性污泥过程示意图。

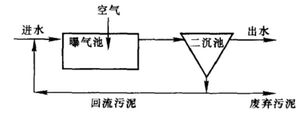


图 1.1　典型的活性污泥过程示意图

为了建立活性污泥过程的机理模型，1983 年国际水污染控制与研究协会 IAWPRC（现更名为国际水质协会 IAWQ）组织专家在前人活性污泥模型化工作的基础上进行了长达 4 年的收集、分析、比较、归纳的研究工作，于 1986 年发表了活性污泥过程的 IAWQ No.1 模型。该模型自发表以来，受到环境工程界的广泛关注，目前已成为活性污泥过程仿真和控制的重要基础。

该模型是在过程假定和系统分割的基础上，用一个微分方程组来描述活性污泥过程中曝气池内各组分浓度随时间的变化情况，模型参数无空间变化，因而是一个集总参数模型。

1. 模型假定

该模型在建模时引入了一个重要的基本假定，就是被模拟的活性污泥过程当前运行正常。该假定的具体内容包括：

(1) 曝气池内处于正常 pH 及温度下；

(2) 池内微生物的种群和浓度处正常状态；

(3) 池内污染物浓度可变，但成分及组成不变；

(4) 微生物的营养充分；

(5) 二沉池内无生化反应，仅为一个固液分离装置。

这一假定使模型本身避免了一些不确定性,相应增强了模型的真实性和可靠性。

2. 系统分割

该模型将曝气池内的过程分成8个子过程,将曝气池内的物质分成13个组分。每个子过程有若干个组分参加,每个组分参与若干个子过程。

8个子过程是:

(1) 异养菌好氧生长;

(2) 异养菌缺氧生长;

(3) 自养菌好氧生长;

(4) 异养菌衰减;

(5) 自养菌衰减;

(6) 可溶有机氮的氨化;

(7) 被吸着缓慢降解有机碳的“水解”;

(8) 被吸着缓慢降解有机氮的“水解”。

13个组分是:

(1) 易降解有机碳,S_s;

(2) 缓慢降解有机碳,X_s;

(3) 可溶性可降解有机氮,S_{nd};

(4) 颗粒状可降解有机氮,X_{nd};

(5) 溶解氧,S_o;

(6) 氨态氮,S_{nh};

(7) 硝态氮,S_{no};

(8) 碱度,S_{alk};

(9) 异养菌,X_{bh};

(10) 自养菌,X_{ba};

(11) 可溶惰性有机碳,S_i;

(12) 颗粒惰性有机碳,X_i;

(13) 微生物衰减产物,X_p。

3. 基本速率方程

相对于参与某一子过程反应的某一组分,可以写出一个反应动力学方程,以表示该组分的浓度在该子过程反应中随时间的变化情况。对于该子过程,则可写出一个或几个组分的反应动力学方程。在构成这若干个动力学方程时,以某一组分的生长或衰减的反应动力学方程作为基本的方程,其它组分的反应动力学方程以该基本动力学方程为基础经过系数调整来获得。

例如，对于异养菌好氧生长这个子过程，涉及异养菌 X_{bh}、易降解有机碳 S_s、溶解氧 S_o、氨态氮 S_{nh}和碱度 S_{alk}。在建立该子过程中各组分的动力学模型时，以异养菌的好氧反应动力学方程为基础。

异养菌好氧生长的反应动力学方程是：

$$(dX_{bh}/dt)_1 = \hat{\mu}_h[S_s/(K_s + S_s)]\,[S_o/(K_{o,h} + S_o)]\,X_{bh} \quad (1.2)$$

式中，$\hat{\mu}_h$ 是异养菌最大比生长速率，K_s 是相应于 S_s 的饱和常数，$K_{o,h}$是相应于 S_o 在异养菌好氧生长中的饱和常数。脚标号表示子过程的编号，方程(1.2)中(dX_{bh}/dt)的脚标号“1”表示第 1 个子过程，即异养菌好氧生长。

上述模型实际上是废水生物处理中 Monod 方程再乘上一个开关函数$[S_o/(K_{o,h} + S_o)]$。在开关函数中，$K_{o,h}$是一个较小的任意数。当溶解氧浓度 S_o 较大时，该开关函数数值趋近 1，表示异养菌的好氧反应动力学符合 Monod 方程。当溶解氧浓度 S_o 很小时，该开关函数数值趋近 0，表示异养菌的生长因溶解氧浓度低而难以进行。使用开关函数，是 IAWQ 模型的一个特色。

由于 IAWQ 模型中各种符号较多，因此在模型中某组分的符号与该组分浓度的符号未加区分，使用同一符号，这点须加注意。

在异养菌缺氧生长子过程中，各组分的反应动力学方程以异养菌的缺氧生长动力学方程为基础。该方程是：

$$(dX_{bh}/dt)_2 = \hat{\mu}_h[S_s/(K_s + S_s)][S_{no}/(K_{no} + S_{no})][K_{o,h}/(K_{o,h} + S_o)]\,\eta_g X_{bh} \quad (1.3)$$

式中，K_{no}是 S_{no}在异养菌生长中的饱和常数，脚标“2”表示第 2 个子过程，即异养菌缺氧生长，η_g 是校正系数。

在自养菌好氧生长子过程中，各组分的反应动力学方程以自养菌的好氧生长动力学方程为基础。该方程是：

$$(dX_{ba}/dt)_3 = \hat{\mu}_a[S_{nh}/(K_{nh} + S_{nh})]\,[S_o/(K_{o,a} + S_o)]X_{ba} \quad (1.4)$$

式中，$\hat{\mu}_a$ 是自养菌最大比生长速率，K_{nh}是 S_{nh}在自养菌生长中的饱和常数，$K_{o,a}$是 S_o 在自养菌生长中的饱和常数。脚标“3”表示第 3 个子过程，即自养菌好氧生长。

在异养菌衰减子过程中，各组分的反应动力学方程以异养菌的衰减动力学方程为基础。该方程是：

$$(dX_{bh}/dt)_4 = b_h\,X_{bh} \quad (1.5)$$

式中，b_h 是异养菌衰减一级速率方程动力学常数。脚标“4”表示第 4 个子过程，即异养菌衰减。

在自养菌衰减子过程中，各组分的反应动力学方程以自养菌的衰减动力学方程为基础。该方程是：

$$(dX_{ba}/dt)_5 = b_a X_{ba} \tag{1.6}$$

式中，b_a 是自养菌衰减一级速率方程动力学常数。脚标“5”表示第 5 个子过程，即自养菌衰减。

在可溶有机氮氨化子过程中，各组分的反应动力学方程以氨氮 S_{nh} 增长的动力学方程为基础。该方程是：

$$(dS_{nh}/dt)_6 = K_a S_{nd} X_{bh} \tag{1.7}$$

式中，K_a 是有机氮氨化动力学常数。脚标“6”表示第 6 个子过程，即可溶有机氮氨化。

在被吸着缓慢降解有机碳的“水解”子过程中，各组分的反应动力学方程以易降解有机碳 S_s 增长的动力学方程为基础。该方程是：

$$(dS_s/dt)_7 = K_h\{(X_s/X_{bh})/[K_x + (X_s/X_{bh})]\}\{[S_o/(K_{o,h} + S_o)] + \eta_h[K_{o,h}/(K_{o,h} + S_o)][S_{no}/(K_{no} + S_{no})]\} X_{bh} \tag{1.8}$$

式中，K_h 是水解动力学常数，K_x 是水解反应常数，η_h 是缺氧水解校正因子。脚标“7”表示第 7 个子过程，即被吸着缓慢降解有机碳的“水解”。

在被吸着缓慢降解有机氮的“水解”子过程中，各组分的反应动力学方程以易降解有机氮 S_{nd} 增长的动力学方程为基础。该方程是：

$$(dS_{nd}/dt)_8 = (X_{nd}/X_s)(dS_s/dt)_{有机碳水解} \tag{1.9}$$

式中，$(dS_s/dt)_{有机碳水解}$ 为被吸着缓慢降解有机碳的“水解”子过程速率方程。脚标“8”表示第 8 个子过程，即被吸着缓慢降解有机氮的“水解”。

4．相关速率方程

在各子过程基本反应动力学方程的基础上，参与该子过程的其它组分的反应动力学方程也可依次建立。

例如，在异养菌好氧生长子过程中，对于易降解有机碳 S_s，可根据微生物生长与基质消耗的关系，利用异养菌产率系数 Y_h 及微生物生长引起基质消耗的事实，可得方程：

$$(dS_s/dt)_1 = (-1/Y_h)(dX_{bh}/dt)_1 \tag{1.10}$$

对于溶解氧 S_o，由于异养菌 X_{bh} 的生长主要由易降解有机碳 S_s 和溶解氧 S_o 的消耗所支撑，因而可以认为 X_{bh} 的增长速率大体等于易降解有机碳 S_s 和溶解氧 S_o 消耗速率的和。由此可得：

$$(dS_o/dt)_1 = -[(1 - Y_h)/Y_h](dX_{bh}/dt)_1 \tag{1.11}$$

对于氨态氮 S_{nh}，则根据异养菌生长时的需氮量确定一个系数 i_{xb}，可得：

$$(dS_{nh}/dt)_1 = -i_{xb}(dX_{bh}/dt)_1 \tag{1.12}$$

对于碱度 S_{alk}，根据消耗量是氨氮的 1/14 的经验公式，可得：

$$(dS_{alk}/dt)_1 = (-i_{xb}/14)\ (dX_{bh}/dt)_1 \tag{1.13}$$

由以上分析可知，某一子过程中某一组分的反应动力学方程，可以由该子过程的基本动力学方程乘以一个系数来得到。该系数对于产生基本动力学方程的组分为1(数量增加)或-1(数量减少)；对于其它组分，则可根据反应机理(如方程1.10)、质量守恒(如方程1.11)或经验常数(如方程1.12,1.13)来获得。活性污泥过程IAWQ模型各子过程的反应系数可见表1.1。

5. 组分总动力学方程

在活性污泥过程的IAWQ模型中，每一个组分至少在一个子过程中参加了反应(惰性组分除外)，该组分在其参与的所有子过程中的总的反应速率，为其在各个子过程中反应速率之和。

例如，对于易降解有机碳 S_s，在子过程异养菌好氧生长"1"中消耗，在异养菌缺氧生长"2"中消耗，在被吸着缓慢降解有机碳的"水解""7"中生成。因此，易降解有机碳 S_s 总的反应动力学方程为3个子过程中反应速率之和。由此可得：

$$\begin{aligned}(dS_s/dt)_T &= (dS_s/dt)_1 + (dS_s/dt)_2 + (dS_s/dt)_7\\ &= (-1/Y_h)\hat{\mu}_h[S_s/(K_s+S_s)][S_o/(K_{o,h}+S_o)]\ X_{bh}\\ &\quad + (-/Y_h)\hat{\mu}_h[S_s/(K_s+S_s)][S_{no}/(K_{no}+S_{no})][K_{o,h}/(K_{o,h}+S_o)]\ \eta_g\ X_{bh}\\ &\quad + K_h\{(X_s/X_{bh})/[K_x+(X_s/X_{bh})]\}\{[S_o/(K_{o,h}+S_o)]\\ &\quad + \eta_h[K_{o,h}/(K_{o,h}+S_o)][S_{no}/(K_{no}+S_{no})]\}\ X_{bh}\end{aligned} \tag{1.14}$$

其它组分的总动力学方程，同样可根据：①组分所在子过程的基本动力学方程，②表1.1的动力学系数，③总动力学方程的构成方法，逐一写出，这里不一一列举。

6. 统一单位

在对活性污泥过程的13个组分分别建立反应动力学方程后，即可开始对方程求解。由于某一组分可能出现在一个以上的方程中，即若干方程包含同一组分，因此必须对这13个方程联立求解，以求得能同时满足13个方程的13个组分的浓度。由于这13个组分涉及有机碳、有机氮、微生物等不同物质，计量单位各不相同，给方程求解带来困难。因此，在计算过程中统一各组分的浓度单位，是对方程联立求解的必要条件。

IAWQ模型在这方面有其特色，具体做法是：对于含碳的污染物，用COD(mg/L)来表示其浓度；对于溶解氧 S_o，是负的COD值，用-COD(mg/L)表示其浓度；对于好氧或厌氧微生物，用COD(mg/L)表示其浓度，经验公式为：1 mg MLVSS=1.48 mg COD。对于 NH_3-N，用N(mg/L)表示，但在反应速率方程的动力学系数前加上校正因子。根据反应方程 $NH_3 + 2O_2 \longrightarrow HNO_3 + H_2O$ 可知，17 g NH_3 可与64 g O_2 作用完全，相当于64 g COD；所以，1 g N(相当于

表 1.1 活性污泥过程 IAWQ No.1 模型反应动力学系数一览表

j	S_I	S_s	X_I	X_s	X_{bh}	X_{ba}	X_p	S_o	S_{no}	S_{nh}	S_{nd}	X_{nd}	S_{alk}
异养菌好氧生长		$-1/Y_h$			1			$-(1-Y_h)/Y_h$		$-i_{xb}$			$-i_{xb}/14$
异养菌缺氧生长		$-1/Y_h$			1				$\frac{-(1-Y_h)}{2.86Y_h}$	$-i_{xb}$			$[(1-Y_h)/(14*2.86Y_h)]-i_{xb}/14$
自养菌好氧生长						1		$\frac{-(4.57-Y_a)}{Y_a}$	$1/Y_a$	$-i_{xb}-(1/Y_a)$			$(-i_{xb}/14)-(1/7Y_a)$
异养菌衰减				$1-f_p$	-1		f_p					$i_{xb}-f_p*i_{xb}$	
自养菌衰减				$1-f_p$		-1	f_p					$i_{xb}-f_p*i_{xb}$	
可溶有机氮氨化										1	-1		1/14
被吸着缓慢降解有机碳的“水解”		1		-1									
被吸着缓慢降解有机氮的“水解”											1	-1	

1.214 g NH_3)可与 4.57 g O_2 反应,相当于 4.57 g COD。对于 $NO_3^- - N$,也用 N(mg/L) 表示,但同样在反应速率方程的动力学系数前加上校正因子。根据氧化还原反应式,在获得 1 mol 电子时,需 1/5 mol NO_3^-,或 1/4 mol O_2。因此,1/5 mol NO_3^- 相当于 1/4 mol O_2;或 1 g N(相当于 4.43 g NO_3^-)相当于 2.86 g O_2,或 2.86 g－COD(COD 的负值)。对于碱度,用 HCO_3^- (mol/L) 表示。由于碱度本身并没有参与其它组分的反应,其单位不同在联立方程组内没有影响。

7. 参数值

IAWQ 模型涉及 19 个参数,其中 5 个是化学计量系数,14 个是反应动力学参数。经过对大量文献数据的分析归纳,该模型给出了各参数在 20℃ 和中性 pH 的选值范围和默认值数据。具体数值可见表 1.2。

表 1.2　生活污水在中性 pH 和 20 ℃ 时参数的典型数值

类别	符号	单　位	默认值	数值范围
化学计量系数	Y_a	(生成细胞)g COD/(氧化)g N	0.24	0.07～0.28
	Y_h	(生成细胞)g COD/(氧化)g COD	0.67	0.46～0.69
	f_p	无量纲	0.08	0.08
	i_{xb}	g N/g COD (细胞)	0.086	0.086
	i_{xp}	g N/g COD	0.06	0.06
反应动力学参数	$\hat{\mu}_h$	1/d	6.0	3～13.3
	K_s	g COD/m^3	20	10～180
	$K_{o,h}$	g O_2/m^3	0.1	0.01～0.15
	K_{no}	g NO_3^- －N/m^3	0.1	0.1～0.2
	b_h	1/d	0.62	0.09～4.38
	η_g	无量纲	0.8	0.6～1.0
	η_h	无量纲	0.4	0.4
	K_h	g 缓慢降解 COD/(细胞)g COD·d	2.2	2.2
	K_x	g 缓慢降解 COD/(细胞)g COD	0.15	0.15
	$\hat{\mu}_a$	1/d	0.6	0.34～0.65
	K_{nh}	g　NH_3 －N/m^3	1.0	0.6～3.6
	$K_{o,a}$	g O_2/m^3	1.0	0.5～2.0
	b_a	1/d	0.15	0.05～0.15
	K_a	m^3/g COD·d	0.08	0.08

8. 模型生成

在对活性污泥过程 IAWQ 模型的过程假定、系统分割、基本速率方程、相关速率方程、组分总动力学方程、统一单位、参数值等方面分别了解后,现在可以进入模型生成阶段的讲述。

如前所述，该模型是机理模型，建模原则是“一进一出一反应”。由于活性污泥过程有若干种不同的流程，因而最终建立的机理模型也会有所不同。这种不同主要在于废水进入曝气池的位置、流量、成分和浓度，曝气的位置与强度，废弃污泥的位置及回流比，等等。可以看出，这种不同主要反映在“一进一出”部分，而在“一反应”部分则基本保持不变。

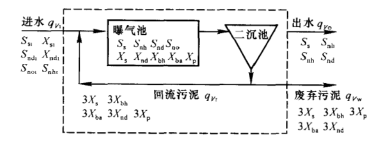


图 1.2 典型活性污泥过程物流图

若某活性污泥过程的物流状况如图 1.2 所示。进水成分为 S_{si}、X_{si}、S_{ndi}、X_{ndi}、S_{noi}、S_{nhi}。惰性物质 S_i 和 X_i 不参与反应，图中未列入。S_{alk} 为碱度，在反应中为消耗物质，在碱度适当时对其它成分的反应没有影响，没有列入进水的成分中。曝气池中存在有机碳 S_s、X_s，有机氮 S_{nd}、X_{nd}，氨态氮 S_{nh}，硝态氮 S_{no}，微生物 X_{bh}、X_{ba}、X_p。曝气池中溶解氧 DO 的浓度假定保持恒定，因而没有列入变量系列中。经过二沉池，颗粒物完全沉淀，各组分沉淀物的浓度假定为悬浮时的 3 倍。沉淀的污泥一部分回流至曝气池，一部分废弃。

若建模范围为图 1.2 中虚线框内所示，曝气池体积为 V，反应物 j 的浓度 ρ_j 的速率方程以 $(\mathrm{d}\rho_j/\mathrm{d}t)_r$ 表示，流量用 q_V 表示，脚标“i”表示进水，“o”表示出水，“r”表示回流，“w”表示废弃，则模型的通式可为：

$$V(\mathrm{d}\rho_j/\mathrm{d}t) = q_{V\mathrm{i},j}\rho_{\mathrm{i},j} - q_{V\mathrm{o},j}\rho_{\mathrm{o},j} - q_{V\mathrm{w},j}\rho_{\mathrm{w},j} + \sum_r V(\mathrm{d}\rho_j/\mathrm{d}t)_r \tag{1.15}$$

可溶组分位于(1.15)式等号右侧的 1、2、4 项或 2、4 项，颗粒组分位于(1.15)式等号右侧 1、3、4 项或 3、4 项，视物流状况而定。

对于 S_s，方程为 $V(\mathrm{d}S_s/\mathrm{d}t) = q_{V\mathrm{i}}S_{si} - q_{V\mathrm{o}}S_s + \sum_r V(\mathrm{d}S_s/\mathrm{d}t)_r$ (1.16)

对于 X_s，则为 $V(\mathrm{d}X_s/\mathrm{d}t) = q_{V\mathrm{i}}X_{si} - q_{V\mathrm{w}}3X_s + \sum_r V(\mathrm{d}X_s/\mathrm{d}t)_r$ (1.17)

图 1.2 所示活性污泥过程的整个模型是一个微分方程组，方程的个数等于模型中变量的个数(9 个)。除 S_s 和 X_s 外的其它组分的方程(分别相应于 X_{bh}、X_{ba}、X_{nd}、S_{nd}、S_{no}、S_{nh}、X_p)读者可自行推导，整个系统模型可参阅方程(1.94)。

例 1.2 厌氧消化过程模型

由例 1.1 可知,活性污泥过程动态模型的建立,有赖于对该过程各部分细节的深刻理解,有赖于对过程的未知或不够明确部分提出合理的假定,有赖于对过程按一定方向进行的合理分割。读者从以下厌氧消化动态模型的建立过程,可以对上述建模原则有进一步的了解。

1. 模型假定

厌氧消化是在厌氧条件下由多种微生物共同作用将有机物分解成 CH_4 和 CO_2 的过程。该过程可以分成三个相互衔接的阶段。第一阶段是不溶有机物在胞外酶作用下的水解、发酵阶段,产生可溶脂肪酸等物质;第二阶段是脂肪酸在产酸菌作用下转变成乙酸、H_2 和 CO_2,以及微生物细胞和其它产物;第三阶段是乙酸、H_2 和 CO_2 在产甲烷菌作用下产生 CH_4、CO_2 和微生物。

为了建立废水厌氧消化的动态模型,可以先建立过程的基本模型,然后再将基本模型细节化,形成整个过程的完整模型。

为此,可假定厌氧消化第三阶段中乙酸在微生物作用下产生 CH_4、CO_2 和微生物的阶段,是整个厌氧消化过程的速率控制阶段。同时,假定基质的消耗量及产物的生成量都与微生物的生成或消耗量成恒定的简单数量关系,即:液相单位体积微生物的生成量:

$$X = Y_{(X|S)} S$$

式中,S 是单位体积基质的量,$Y_{(X|S)}$ 是微生物生成系数;液相单位体积 CO_2 的生成量:

$$W_{CO_2} = Y_{(CO_2|X)} X$$

式中,W_{CO_2} 是单位体积 CO_2 的量,$Y_{(CO_2|X)}$ 是 CO_2 生成系数;液相单位体积 CH_4 的生成量:

$$W_{CH_4} = Y_{(CH_4|X)} X$$

式中,W_{CH_4} 是单位体积 CH_4 的量,$Y_{(CH_4|X)}$ 是 CH_4 生成系数。

从厌氧消化反应器内部来看,假定过程为 CSTR,模型参数在厌氧消化反应器内部不存在空间变化。

2. 系统分割

与活性污泥过程曝气池模型的系统分割相类似,厌氧消化过程在反应器空间上不予分割,而对过程及所涉及的物质予以分割,即将过程内的物质分解成微生物、挥发酸、有毒物质、液相 CO_2、气相 CO_2 等组分,将过程本身分解成上述各组分的浓度变化、温度对最大比生长速率影响、温度对微生物衰减速率影响、挥发酸浓度对微生物比生长速率影响等子过程。

3. 基本方程

有机物厌氧消化过程的基本方程有2个，一个是微生物浓度的变化，另一个是有机物浓度的变化。在建立模型的基本方程时，仍然使用所谓"一进一出一反应"的机理建模原则。对于微生物，基本方程为：

$$V(dX/dt) = FX_i - FX + \mu XV - K_d XV \tag{1.18}$$

式中，F 为微生物流入或流出的速率，X_i、X_o 分别是微生物的流入和流出的浓度，V 是厌氧反应器体积，微生物比生长速率 $\mu = \mu_{max}[S/(K_s + S)]$，$K_s$ 为饱和常数，K_d 为微生物衰减反应动力学系数。对于有机物，基本方程为：

$$V(dS/dt) = FS_i - FS - [\mu X/Y_{(X|S)}]V \tag{1.19}$$

式中，F 为有机物的流入或流出的速率，S_i、S_o 分别是有机物的流入和流出的浓度。

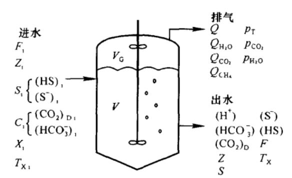


图1.3 厌氧消化反应器示意图

图中符号含义请参阅"基本方程"和"方程校正"两节，脚标"i"表示"进水"，脚标"D"表示"溶解态"。

4. 方程校正

上述方程仅适用于有机物厌氧消化的正常工况下。当工作条件变化时，必须对基本方程进行校正。

(1) 有机酸浓度过低或过高均会影响微生物的生长，校正方法是引入校正系数 K_i，使微生物的比生长速率产生变化：

$$\mu = \mu_{max}[1/(1 + K_s/S + S/K_T)] \tag{1.20}$$

式中，K_T 为抑制系数。

(2) 当存在有毒物质时，微生物会中毒，校正方法是引入中毒系数 K_B，当有毒物质浓度为 B_X 时，微生物因中毒而使浓度下降的速率：

$$r_k = K_B B_X \tag{1.21}$$

有毒物质本身的质量守恒方程为：

$$V(dB_X/dt) = FB_{X,i} - FB_X \tag{1.22}$$

(3) 当温度突然下降时，微生物最大比生长速率会变化，校正方法是引入最

大比生长速率校正方程：

$$\mu_{max} = \mu_{max(35℃)} \exp(T - 35) \quad (1.23)$$

式中 $\mu_{max(35℃)}$ 是 35 ℃时微生物的最大比生长速率。同时，当温度突然下降时，微生物会发生衰减，校正方法是引入微生物衰减系数：

$$k_{D(T)} = k_{D(35℃)} \exp(T - 35) \quad (1.24)$$

式中 $k_{D(35℃)}$ 是 35 ℃时微生物的衰减系数，并在微生物的守恒方程中引入微生物衰减项。

(4) 当液相 pH 变化时，通过对挥发酸解离程度的影响，pH 会对挥发酸的分子态的浓度产生作用。设分子态挥发酸的分子式为 HS，其解离反应为：

$$HS \longrightarrow H^+ + S^-$$

解离平衡方程为：$K_a = [H^+][S^-]/[HS]$，即 $[HS] = [H^+][S^-]/K_a$ (1.25)

式中，K_a 为挥发酸的解离平衡常数。根据挥发酸浓度对微生物比生长速率影响的关系，可知 pH 对微生物比生长速率的影响为：

$$\mu = \hat{\mu}[1/(1 + K_s K_a/[H^+][S^-] + [H^+][S^-]/K_a K_T)] \quad (1.26)$$

式中，$[HS]$ 与 $[S^-]$ 之和为基质浓度 S，因 $[HS] \gg [S^-]$，故 $[HS] \approx S$。

(5) 厌氧消化反应器内液相 pH 的变化又与液相 CO_2 的含量有关，相关化学反应式为：

$$CO_{2D} + H_2O \longleftrightarrow H^+ + HCO_3^-$$

平衡计算式为：

$$[H^+] = K_1[CO_2]_D/[HCO_3^-] \quad (1.27)$$

式中，K_1 是液相 CO_2 的解离平衡常数。

(6) 液相中除氢离子之外的其它阳离子 M^+ 对液相 HCO_3^- 浓度也有影响，相关离子电荷平衡为：

$$H^+ + M^+ = HCO_3^- + 2\,CO_3^{-2} + OH^- + S^- + A^-$$

式中，A^- 为液相中除 OH^-、HCO_3^-、CO_3^{-2}、S^- 外的其它阴离子。在 pH6～8 之间，上式可简化成：

$$M^+ - A^- = HCO_3 + S$$

令 $Z = [M^+] - [A^-]$，则 $[HCO_3^-] = Z - [S^-]$。对于 $[HCO_3^-]$ 可写出等式：

$$V\,(d[HCO_3^-]/dt) = V\,[d(Z - [S^-])/dt] \quad (1.28)$$

(7) 厌氧消化反应器内气相 CO_2 含量与液相 CO_2 浓度 $[CO_2]_D$ 有关，液相 CO_2 饱和浓度 $[CO_2]_D^*$ 与气相 CO_2 分压的关系为：

$$[CO_2]_D^* = K p_{(CO_2)G} \quad (1.29)$$

式中，$p_{(CO_2)G}$ 为反应器内气相 CO_2 分压，K 为亨利常数。利用气液双膜模型可

计算液相 CO_2 浓度的变化速率：

$$R_G = K_{L,a}([CO_2]_D^* - [CO_2]_D) \tag{1.30}$$

式中，$K_{L,a}$为 CO_2 质量传递速率常数。液相 CO_2 的质量守恒方程为：

$$d[CO_2]_D/dt = F[CO_2]_{D,i}/V - F[CO_2]_D/V + R_B \pm R_C \pm R_G \tag{1.31}$$

式中，R_B 为微生物反应对$[CO_2]_D$ 变化速率的贡献，

$$R_B = Y_{(CO_2|X)}\mu X$$

化学反应对$[CO_2]_D$ 变化速率的贡献为 R_C，根据方程(1.27)、(1.28)，若酸度变化不大，则 $d[H^+]/dt \to 0$，

$$R_C = \{F([HCO_3^-]_i - [HCO_3^-])/V + d(Z - [S])/dt\}[H^+]/K_1$$

式中，$[S] \approx [S^{-1}]$，$\{\ \}$内为液相$[HCO_3^-]$的变化，乘以$[H^+]/K_1$ 可得液相 CO_2 浓度。

气相 CO_2 守恒方程为：

$$d[CO_2]_G/dt = -R_G V/V_G - Q[CO_2]_G/V_G \tag{1.32}$$

式中，$[CO_2]_G$ 为流出气 CO_2 浓度，Q 为总的气体流速，V_G 是反应器气相体积。因为气体的分压与其含量有关，即：

$$p_{CO_2}/p_T = D[CO_2]_G$$

式中 D 为气体质量和体积的转换因子，p_T 是总的气体压力，故气相 CO_2 的质量守恒方程式可写为：

$$\begin{aligned} d\,p_{CO_2}/dt &= p_T D\, d[CO_2]_G/dt \\ &= -p_T D\,(R_G V/V_G + Q[CO_2]_G/V_G) \\ &= -p_T D\,(R_G V/V_G - Q\,p_{CO_2}/p_T D V_G) \\ &= R_G V/V_G - Q\,p_{CO_2}/V_G \end{aligned} \tag{1.33}$$

5. 数学模型

根据以上分析，有机物厌氧消化的数学模型可以表示如下：

例 1.3 二沉池一维浓度分布模型

在例 1.1 的活性污泥过程模型和例 1.2 的厌氧消过程模型中，读者可能已经注意到，在建模过程中，均假定反应器为 CSTR，对反应器系统在空间上未予分割，反应器内部各组分的浓度处处相同，建立的模型均为集总参数模型。

但是在有些场合，反应器内部各组分的浓度有明显差异，此时若再假定反应器为 CSTR、进而建立集总参数模型就会引入较大的误差。例如，二沉池的动态行为很难用集总参数模型来描述。二沉池是废水生物处理的重要组成部分，其主要作用是对从曝气池流入的混合液进行固液分离，其间对活性污泥进行浓缩，对废水进行澄清，并调节污泥的回流量与废弃量之比。可以看出，在二沉池内

气相

V，V_G → 气相 → Q，p_{CO_2}

$dp_{CO_2}/dt=-p_T DVR_G/V_G-Qp_{CO_2}/V_G$

$Q=Q_{CO_2}+Q_{CH_4}+Q_{H_2O}$,　$Q_{CO_2}=-DVR_G$

p_{CO_2} ↓　　R ↑　　Q_{CH_4} ↑

液相

Z_i，$[HCO_3^-]_i$，$[CO_2]_{Di}$，F,V，B_X → 液相 → Z_o，$[HCO_3^-]$，$[CO_2]_D$，$[H^+]$

$[H^+]=K_1[CO_2]_D/[HCO_3^-]$,　$[HS]=[H^+][S^-]/K_a$

$[HCO_3^-]=Z-[S^-]$,　$V(dZ/dt)=FZ_i-FZ$

$R_G=K_{L,a}([CO_2]_D^*-[CO_2]_D)$,　$[CO_2]_D^*=Kp_{(CO_2)G}$

$V(dB_x/dt)=FB_{x\,i}-FB_x$

$d[CO_2]_D/dt=F[CO_2]_{Di}/V-F[CO_2]_D/V+R_B\pm R_C\pm R_G$

$R_C=\{F([HCO_3^-]_i-[HCO_3^-]_O)/V+d(Z-[S])/dt\}[H^+]/K_1$

HS ↓　　S ↑　　B_X ↓　　R_B ↑　　Q_{CH_4} ↑

生物相

X_i，S_i，Y，F,V,D → 生物相 → X，S

$V(dX/dt)=FX_i-FX+\mu XV-K_dXV$

$V(dS/dt)=FS_i-FS-[\mu/Y_{(X/S)}]XV$

$\mu=\mu_{max}[1/(1+K_sK_a/[H^+][S^-]+[H^+][S^-]/K_aK_T)]$

$R_B=Y_{(CO_2/X)}\mu X$　　$Q_{CH_4}=DVY_{(CO_2/X)}\mu X$

部，活性污泥的浓度会有一个自上而下逐渐增大的梯度分布，显然该浓度分布不能用 CSTR 来近似。

在这种条件下，可以使用分布参数建模方法，即将反应器在空间上进行分割，在每一子空间上建立机理模型，子空间之间通过质量、动量或能量的传递建立联系，进而形成整个反应器系统的模型。以下对圆形二沉池一维浓度分布模型的建立作一简单介绍。

1. 系统分割

(1) 二沉池按功能分成浓缩和澄清二个子过程；

(2) 二沉池在垂直方向按等距离方式分割成若干体元层，如图 1.4 所示。

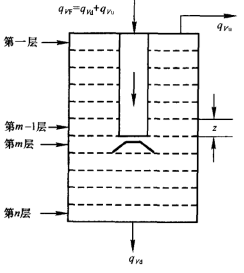
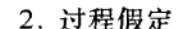


图 1.4　二沉池系统分割示意图



2. 过程假定

(1) 污泥浓缩时不发生扩散行为；

(2) 悬浮颗粒的浓度在二沉池任一体元层内处处相同，每一体元层为一个CSTR；

(3) 进入任一体元层的污泥质量通量，不能超过该体元层能够承担的通量；

(4) 二沉池底部污泥垂直重力通量为0；

(5) 污泥重力沉降速率与悬浮颗粒浓度有关；

(6) 二沉池内无生物反应。

3. 基本方程

二沉池内固体颗粒浓度的变化，可以有三个原因，即对流、扩散及反应。根据本例的系统分割方法和提出的各项假定，上述二沉池固体颗粒浓度随时间变化仅与对流有关，与扩散及反应无关。

二沉池内固体颗粒通过对流产生的质量传递，主要有两种形式：一种是固体颗粒依靠自身重力产生沉降作用，由二沉池空间的一点到达另一点；另一种是固体颗粒在水流的夹带下与水流同步运动，产生空间位置的变化。一个固体颗粒在二沉池中的运动轨迹，是由上述两种形式运动的综合效应决定的。

混合液由中心管进入二沉池后，遇反射板形成向上及向下的两个方向的流动。向上的水流夹带固体颗粒向上流动，但因固体颗粒的重力形成的沉降速率有可能大于水流上升速率，因而固体颗粒还是有沉降的趋势。若水流的上升速率为 V_u，固体颗粒自身的沉降速率为 V_s，则固体颗粒的净下降速率为 $V_s - V_u$。向下的水流夹带固体颗粒向下运动，加上固体颗粒本身的重力作用，使固体颗粒的沉降速率加快。若水流的下降速率为 V_d，则固体颗粒的净下降速率为 $V_s + V_d$。当固体颗粒沉降到一定深度，由于活性污泥具有的拥挤沉降及压缩沉降性质，固体颗粒沉降速率会迅速减缓。固体颗粒的重力沉降速率 V_s 与其浓度 X 的关系为：

$$V_s = V_t \exp(-bX) \tag{1.34}$$

式中，V_t 和 b 为经验常数。

若二沉池分割后形成的体元层 i 面积为 A，高度为 dz，则体元层体积为 Adz，体元内固体颗粒质量的变化速率为 $(dX_i/dt)Adz$。5个因素会导致该体元层内固体颗粒质量的变化：由二沉池中心管进入的混合液中的固体颗粒质量输入，该体元层的上、下两层分别向该体元层的固体颗粒质量输入，该体元层分别向其上、下两层的固体颗粒质量输出。

$$(dX_i/dt)Adz = q_{V,F}X_F + G_{d,i-1}A + G_{u,i+1}A - G_{d,i}A - G_{u,i}A \tag{1.35}$$

式中，$q_{V,F}$ 和 X_F 分别是二沉池进水的流量和进水固体颗粒浓度。G 为固体颗粒通量。脚标 d 为下降，u 为上升。脚标“$i-1$”为 i 层的上一层，“$i+1$”为 i 层

的下一层。将上式两边同除 $A\mathrm{d}z$，可得：

$$\mathrm{d}X_i/\mathrm{d}t=(q_{V,F}X_F/A+G_{d,i-1}+G_{u,i+1}-G_{d,i}-G_{u,i})/\mathrm{d}z \qquad (1.36)$$

若体元层层高为 $\mathrm{d}z=z$，上式用差分表示可写成：

$$\Delta X_i/\Delta t=(q_{V,F}X_F/A+G_{d,i-1}+G_{u,i+1}-G_{d,i}-G_{u,i})/z \qquad (1.37)$$

上式表示，二沉池某体元层内固体颗粒浓度随时间的变化率，等于进水固体颗粒的输入通量，加上该体元层的上、下两层对其的输入通量，减去该层向其上、下两层的输出通量，最后除以层高所得的数值。

4. 模型构成

二沉池内固体颗粒沉降运动可根据上述基本方程按进水口以上、进水口、进水口以下，以及水面和池底等5种情况进行讨论。

(1) 进水口以上各层(不包括顶层)：

$$\Delta X_i/\Delta t=(G_{d,i-1}+G_{u,i+1}-G_{d,i}-G_{u,i})/Z_i \quad (i=2,3,\ldots,m-1) \qquad (1.38)$$

等式右侧第二项及第四项分别是体元层 $i-1$ 或 i 的固体颗粒因随水流上升而产生的通量，导致体元层 i 获得一个输入通量 $G_{u,i+1}$ 或产生一个输出通量 $G_{u,i}$，计算方法为：

$$G_{u,i}=X_iV_u,\ G_{u,i-1}=X_{i+1}V_u$$

式中，$V_u=q_{Vu}/A$，q_{Vu}为二沉池溢流量。

等式右侧第一项及第三项分别是体元层 $i-1$ 或 i 的固体颗粒因自身重力而产生的通量，导致体元层 i 获得一个输入通量 $G_{d,i-1}$ 或产生一个输出通量 $G_{d,i}$。

为了考虑固体颗粒浓度对固体沉降运动的影响，引入固体颗粒浓度阀值 X_t，其数值相应于二沉池开始产生拥挤沉降的高度上的固体颗粒浓度。若体元层 i 处于二沉池的自由沉降区，即 $X_i<X_t$，则：

$$G_{d,i-1}=G_{s,i-1}=X_{i-1}V_s,\quad G_{d,i}=G_{s,i}=X_iV_s$$

若体元层 i 处于二沉池的非自由沉降区，即 $X_i>X_t$，则该体元层固体颗粒的沉降要受其相邻体元层固体颗粒浓度的影响，根据经验可令：

$$G_{d,i-1}=\min(G_{s,i-1},G_{s,i}),\ G_{d,i}=\min(G_{s,i},G_{s,i+1})。$$

(2) 进水口：$\Delta X_m/\Delta t=[(Q_FX_F/A)+G_{d,m-1}-G_{d,m}-$

$$(|V_u-V_d|)X_m]/Z_m \qquad (1.39)$$

方程(1.39)右侧第一项是二沉池进水导致进水口层获得输入通量，第二项是进水口层从其上一层获得的固体颗粒沉降输入通量，第三项是进水口层的沉降输出通量，第四项表示，在进水口层，水流既有向上的流动，$V_u=q_{Vu}/A$；又有向下的流动，$V_d=q_{Vd}/A$。固体颗粒随水流夹带是向上还是向下输运由两种速

度的总的效应决定，相对于出水口其通量为输出，故使用绝对值号。

(3) 进水口以下各层(不包括底层)：

$$\Delta X_i/\Delta t = (V_d X_{i-1} + G_{d,i-1} - V_d X_i - G_{d,i})/Z_i \ (i = m+1, m+2, \ldots, n-1) \tag{1.40}$$

方程右侧第一项为体元层上一层因水流向下流动夹带导致的向体元层的输入通量，第二项是体元层上一层因固体颗粒重力导致的向体元层的输入通量。第三项是体元层固体颗粒因流体向下流动夹带导致的输出通量，第四项是体元层固体颗粒因重力产生的输出通量。

(4) 顶层：

$$\Delta X_1/\Delta t = (G_{u,2} - G_{u,1} - G_{d,1})/Z_1 \tag{1.41}$$

方程右侧第一项是顶层下一层因流体向上流动夹带产生的向顶层的固体输入通量，第二项是顶层因水流向上流动夹带产生的输出通量，第三项是顶层固体颗粒因重力产生的向下输出通量。

(5) 底层：

$$\Delta X_n/\Delta t = (V_d X_{n-1} + G_{d,n-1} - V_d X_n)/Z_n \tag{1.42}$$

方程右侧第一项是底层上一层因水流流动夹带产生的向底层的固体输入通量，第二项是底层上一层因固体颗粒重力产生向底层的输入通量，第三项是底层流体向下流动夹带产生的输出通量。

二沉池一维浓度分布模型即由方程(1.38～1.42)共5个方程构成。

例 1.4 沉淀池二维流场模型

沉淀池的流场是指池内流体流速的空间分布和固体颗粒浓度的空间分布。由于沉淀池本身在流场上的复杂性，不能像对曝气池那样用 CSTR 对整个沉淀池流场进行简化，也不能像二沉池一维浓度模型那样仅在一个方向进行简单系统分割。这里要做的，是将沉淀池进行二维系统分割，先建立每一个二维网格内的机理模型，然后再进行综合，建立整个沉淀池的二维流场模型。读者可以再一次看出，对系统进行合理的分割并应用合理的假定，是构筑复杂系统模型的重要手段。

图 1.5 是一个平流式沉淀池的断面示意图。废水从池的左侧以水平方向流入池中，遇挡流板阻挡后流向朝下。在池的左下角有一小的涡流区，其作用是使挡流板左侧流体中的各点颗粒物浓度分布比较均匀。然后，废水在池的下方缓慢向右流动，此时固体颗粒物逐渐沉降。当水流到达溢流堰壁时，流向开始朝上。部分水流通过溢流堰离开沉淀池，其余部分朝挡流板方向回流，并与新流入的废水在挡流板下混合。沉淀下的颗粒物在池底形成污泥垫，通常由刮板刮入污泥槽(图中未画出)通过排泥管排出。

1. 模型假定

本模型为平流式沉淀池二维流态模型，描述沉淀池二维断面上流体流速的分布和固态颗粒物浓度的分布。因而，本模型已假定在流体的第三维方向(垂直

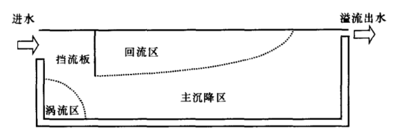


图 1.5　平流式沉淀池断面示意图

于断面)在流体流速与颗粒物浓度的分布方面与断面上的分布处处相同。

2. 系统分割

为对沉淀池这一复杂系统进行模拟,须将系统进行分割。一方面,要对沉淀过程进行分割,以便建立机理模型;另一方面,要对沉淀池的空间进行分割,以便使用有限差分法在小范围内对流场进行计算。

沉淀池内的沉淀过程被分割成 5 个子过程,分别是:流体质量守恒方程,流体动量守恒方程,湍流动能守恒方程,湍流动能耗散速率方程,固体悬浮物质量守恒方程。若流体以层流方式流动,则流体流态用质量守恒和动量守恒方程即可描述;若流体以湍流方式流动,则流体流态除了用质量守恒和动量守恒方程之外,还要考虑湍流动量守恒和湍流动能耗散速率。

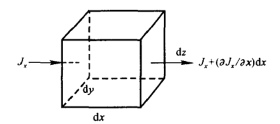


图 1.6　体元对流质量传递示意图

在沉淀池分割方面,将沉淀池断面进行空间分割(打格)。在每一个小格中,写出质量、动量等模型状态变量的守恒方程;格与格之间存在质量、动量等的交换。由此建立整个断面(或沉淀池)的流场模型。

3. 质量守恒

对于流场中组分 a(质量分数为 m_a)的质量守恒,在体元 $dxdydz$ 内可建立如下方程:

$$\partial(\rho m_a)/\partial t = -\nabla\cdot[\rho \boldsymbol{u} m_a] + \nabla\cdot[\Gamma_a \nabla m_a] + S \tag{1.43}$$

方程左侧为单位体积或体元内组分 a 的质量变化速率,ρ 为组分 a 的密度。

方程右侧第一项为组分 a 从体元中通过对流净流出质量速率。$\boldsymbol{u}$ 为组分 a

的流动速率向量。若仅考虑从 x 方向对流入体元的 a 的质量，则流入通量为：

$$J_x = \rho m_a u_x$$

流出通量为： $J_x + (\partial J_x/\partial x)\mathrm{d}x = \rho m_a u_x + (\partial \rho m_a u_x/\partial x)\mathrm{d}x$

因而通过 $\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 平面净流出量为$(\partial \rho m_a u_x/\partial x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$。同理，$y$ 方向净流出量为$(\partial \rho m_a u_y/\partial y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，$z$ 方向净流出量为$(\partial \rho m_a u_z/\partial z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$。用体元体积 $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 除总的对流流出量可得：

$$[(\partial \rho m_a u_x/\partial x) + (\partial \rho m_a u_y/\partial y) + (\partial \rho m_a u_z/\partial z)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \nabla\cdot[\rho \boldsymbol{u} m_a] \tag{1.44}$$

因为是净流出，所以在$\nabla\cdot[\rho\boldsymbol{u}m_a]$前要加上负号，变成$-\nabla\cdot[\rho\boldsymbol{u}m_a]$，表示质量的减少。

方程(1.43)右侧第二项为扩散项。Γ_a为组分 a 的扩散系数，∇m_a 为组分 a 的质量分数梯度向量。若仅考虑 x 方向的扩散，根据 Fick's 第一定律，组分 a 的质量扩散进入体元的通量是：

$$J_d = -\Gamma_a(\partial m_a/\partial x)$$

扩散离开体元的通量是： $J_d + (\partial J_d/\partial x)\mathrm{d}x$

所以因 x 方向通过面积 $\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 扩散净离开体元的质量为$(\partial J_d/\partial x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$。同理，从 y 方向扩散净离开体元的质量为$(\partial J_d/\partial y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，因 z 方向扩散净离开体元的质量为$(\partial J_d/\partial z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$。用体元 $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 除总的扩散流出量可得：

$$\begin{aligned}&[(\partial J_d/\partial x) + (\partial J_d/\partial y) + (\partial J_d/\partial z)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \\ &= -\Gamma_a(\partial m_a/\partial x)/\partial x - \Gamma_a(\partial m_a/\partial y)/\partial y - \Gamma_a(\partial m_a/\partial z)/\partial z = -\nabla\cdot[\Gamma_a\nabla m_a]\end{aligned} \tag{1.45}$$

因为是净流出，所以在$-\nabla\cdot[\Gamma_a\nabla m_a]$前要加上负号，变成$\nabla\cdot[\Gamma_a\nabla m_a]$，表示质量的减少。

方程(1.43)右侧第三项是源项。该项表示由化学反应或其它原因对组分 a 的质量分数变化的贡献。

在二维流场中，将对流项与扩散项合并，保留源项，可得：

$$\partial(\rho m_a)/\partial t = \partial[-\rho m_a u_x + \Gamma_a(\partial m_a/\partial x)]/\partial x + \partial[\rho m_a u_y - \Gamma_a(\partial m_a/\partial y)]/\partial y + S \tag{1.46}$$

对于流场中所有组分，质量分数为 1。因此对于流场中所有组分的质量守恒，不考虑源项，方程(1.43)变成连续方程：

$$\partial\rho/\partial t = -\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u})$$

在二维流场中，若密度不变，即$\partial\rho/\partial t = 0$，连续方程可写成：

$$\partial(\rho u_x/\partial x) + \partial(\rho u_y/\partial y) = 0 \tag{1.47}$$

4. 动量守恒

根据流体力学，流场中流体的动量守恒方程为：

$$\partial(\rho \boldsymbol{u})/\partial t = -\nabla\cdot[\rho \boldsymbol{u}\boldsymbol{u}] - \nabla p - (\nabla\cdot\tau) + \rho g \tag{1.48}$$

式中，g 为重力加速度，τ 为张力，p 为压力，$\boldsymbol{u}$ 为速度向量。

方程(1.48)左侧是流场中单位体积内动量变化的速率。右侧第一项是因对流引起的单位体积动量的净流出量，右侧第二项是因流体内压力或法向应力产生的单位体积的动量变化，右侧第三项是因流体内粘滞力或切向应力产生的单位体积的动量变化，右侧第四项是因流体重力产生的单位体积的动量变化。下面对方程(1.48)右侧的对流项、压力项及粘滞力项分别予以说明：

(1) 对流项　先考虑流体在 x 方向的动量通量J_x。J_x 可以从 x,y,z 三个方向进入或离开体元 $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$。

在 x 方向通过平面 $\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 对流进入体元的流体动量为 $\rho u_x u_x\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 $u_x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 是单位时间流入的流体体积，乘以密度 ρ 即得到流体质量，再乘以 u_x 即为从 x 方向流入的流体在 x 方向的动量。单位体积的流入量 J_{xx}则为：

$$J_{xx} = \rho u_x u_x\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \rho u_x u_x/\mathrm{d}x \tag{1.49}$$

若体元内流体的流速发生变化，梯度为$\partial u_x/\partial x$，则流出流体的流速为 $u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x$，$[u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x]\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 是单位时间流出的流体体积，乘以密度 ρ 即得到流体质量，再乘以 $u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x$，可得 $\rho[u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x]\,[u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x]\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z$，即为从 x 方向流出的流体在 x 方向的动量。单位体积的流出量 J'_{xx}则为

$$\begin{aligned} J'_{xx} &= \rho[u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x]\,[u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x]\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \\ &= \rho[u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x]\,[u_x + (\partial u_x/\partial x)\mathrm{d}x]/\mathrm{d}x \end{aligned} \tag{1.50}$$

流出减流入，可得：

$$J'_{xx} - J_{xx} = 2[\rho u_x(\partial u_x/\partial x)] + \rho(\partial u_x/\partial x)^2\mathrm{d}x \tag{1.51}$$

舍去二次项，可得从 x 方向进入体元的 x 方向动量净流出量为 $2[\rho u_x(\partial u_x/\partial x)]$。

在 y 方向通过平面 $\mathrm{d}x\mathrm{d}z$ 对流进入体元的流体动量为 $\rho u_x u_y\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z$，其中 $u_y\mathrm{d}x\mathrm{d}z$ 是单位时间流入的流体体积，乘以密度 ρ 即得到流体质量，再乘以 u_x 即为从 y 方向流入的流体在 x 方向的动量。单位体积的流入量 J_{xy}则为：

$$J_{xy} = \rho u_x u_y\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \rho u_x u_y/\mathrm{d}y \tag{1.52}$$

若体元内流体的流速发生变化，梯度为$\partial u_x/\partial y$，$\partial u_y/\partial y$，则流出流体的流速为 $u_x + (\partial u_x/\partial y)\mathrm{d}y$ 和 $u_y + (\partial u_y/\partial y)\mathrm{d}y$，则$[u_y + (\partial u_y/\partial y)\mathrm{d}y]\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z$ 是单位时间流出的流体体积，乘以密度 ρ 即得到流体质量，再乘以 $u_x + (\partial u_x/\partial y)\mathrm{d}y$，可得 $\rho[u_x + (\partial u_x/\partial y)\mathrm{d}y][u_y + (\partial u_y/\partial y)\mathrm{d}y]\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z$，即为从 y 方向流出的流体在

x 方向的动量。单位体积的流出量 J'_{xy} 为：

$$J'_{xy}=\rho[u_x+(\partial u_x/\partial y)\mathrm{d}y][u_y+(\partial u_y/\partial y)\mathrm{d}y]\ \mathrm{d}x\mathrm{d}z/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$
$$=\rho[u_x+(\partial u_x/\partial y)\mathrm{d}y][u_y+(\partial u_y/\partial y)\mathrm{d}y]/\mathrm{d}y \tag{1.53}$$

流出减流入，舍去二次项，可得净流出量为：

$$J'_{xy}-J_{xy}=\rho u_x(\partial u_y/\partial y)+\rho u_y(\partial u_x/\partial y) \tag{1.54}$$

在 z 方向通过平面 $\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 对流入体元的流体动量 $\rho u_x u_z\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $u_z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 是单位时间流入的流体体积，乘以密度 ρ 即得到流体质量，再乘以 u_x 即为从 z 方向流入的流体在 x 方向的动量。单位体积的流入量 J_{xz} 则为：

$$J_{xz}=\rho u_x u_z\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\rho u_x u_z/\mathrm{d}z \tag{1.55}$$

若体元内流体的流速发生变化，梯度为$\partial u_x/\partial z$，$\partial u_z/\partial z$，则流出流体的流速为 $u_x+(\partial u_x/\partial z)\mathrm{d}z$ 和 $u_z+(\partial u_z/\partial z)\mathrm{d}z$，则$[u_z+(\partial u_z/\partial z)\mathrm{d}z]\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 是单位时间流出的流体体积，乘以密度 ρ 即得到流体质量，再乘以 $u_x+(\partial u_x/\partial z)\mathrm{d}z$ 可得 $\rho[u_x+(\partial u_x/\partial z)\mathrm{d}z]\ [u_z+(\partial u_z/\partial z)\mathrm{d}z]\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$，即为从 z 方向流出的流体在 x 方向的动量。单位体积的流出量 J'_{xz} 则为：

$$J'_{xz}=\rho[u_x+(\partial u_x/\partial z)\mathrm{d}z][u_z+(\partial u_z/\partial z)\mathrm{d}z]\mathrm{d}x\mathrm{d}y/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$
$$=\rho[u_x+(\partial u_x/\partial z)\mathrm{d}z][u_z+(\partial u_z/\partial z)\mathrm{d}z]\ /\mathrm{d}z \tag{1.56}$$

流出减流入，舍去二次项，可得净流出量为：

$$J'_{xz}-J_{xz}=\rho u_x(\partial u_z/\partial z)+\rho u_z(\partial u_x/\partial z) \tag{1.57}$$

所以，流体在 x 方向的动量从体元的总净流出量J'_x 为：

$$J'_x=J'_{xx}-J_{xx}+J'_{xy}-J_{xy}+J'_{xz}-J_{xz}=\rho u_x[(\partial u_x/\partial x)+(\partial u_y/\partial y)+(\partial u_z/\partial z)]$$
$$+\rho u_x(\partial u_x/\partial x)+\rho u_y(\partial u_x/\partial y)+\rho u_z(\partial u_x/\partial z) \tag{1.58}$$

根据连续方程，$(\partial u_x/\partial x)+(\partial u_y/\partial y)+(\partial u_z/\partial z)=0$

可得流体在 x 方向因对流产生的净流出动量为：

$$J'_x=\rho u_x(\partial u_x/\partial x)+\rho u_y(\partial u_x/\partial y)+\rho u_z(\partial u_x/\partial z) \tag{1.59.1}$$

同理，流体在 y、z 方向因对流产生的净流出动量分别为：

$$J'_y=\rho u_x(\partial u_y/\partial x)+\rho u_y(\partial u_y/\partial y)+\rho u_z(\partial u_y/\partial z) \tag{1.59.2}$$

$$J'_z=\rho u_x(\partial u_z/\partial x)+\rho u_y(\partial u_z/\partial y)+\rho u_z(\partial u_z/\partial z) \tag{1.59.3}$$

所以，流体因对流产生的总的净流出动量为

$$J'=J'_x+J'_y+J'_z=\nabla\cdot[\rho\boldsymbol{uu}] \tag{1.60}$$

因为是净流出，所以在$\nabla\cdot[\rho\boldsymbol{uu}]$前要加上负号，变成$-\nabla\cdot[\rho\boldsymbol{uu}]$，表示动量的减少。

对于二维流体，从 x、y 方向的净流出动量方程中删除与 z 有关的各项，可得：

$$J'_x = \rho u_x(\partial u_x/\partial x) + \rho u_y(\partial u_x/\partial y) = (\partial \rho u_x u_x/\partial x) + (\partial \rho u_y u_x/\partial y) \qquad (1.61.1)$$

$$J'_y = \rho u_x(\partial u_y/\partial x) + \rho u_y(\partial u_y/\partial y) = (\partial \rho u_x u_y/\partial x) + (\partial \rho u_y u_y/\partial y) \qquad (1.61.2)$$

(2) 压力及粘滞力项　流体都是有粘性的。当体元 $dxdydz$ 内的流体流速与体元外的流体流速不相同时，体元外的动量就可以通过体元的 6 个界面借助于粘滞力传递到体元内，使体元内流体流速产生变化。流体的粘性越大，通过粘滞力传递的动量也越大。

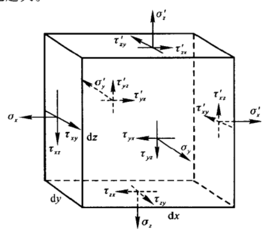


图 1.7　体元 $dxdydz$ 法向应力 σ 和切向应力 τ 示意图

对于图 1.7 中的正六面体 $dxdydz$ 而言，若流体为不可压缩，则根据流体力学可知体元各表面的法向应力分别为：

$$\sigma_x = -p + 2\mu(\partial u_x/\partial x) \qquad (1.62.1)$$

$$\sigma_y = -p + 2\mu(\partial u_y/\partial y) \qquad (1.62.2)$$

$$\sigma_z = -p + 2\mu(\partial u_z/\partial z) \qquad (1.62.3)$$

$$\sigma'_x = \sigma_x + (\partial \sigma_x/\partial x)dx = -p + 2\mu(\partial u_x/\partial x) - (p/\partial x)dx + [2\partial \mu(\partial u_x/\partial x)/\partial x]dx \qquad (1.62.4)$$

$$\sigma'_y = \sigma_y + (\partial \sigma_y/\partial y)dy = -p + 2\mu(\partial u_y/\partial y) - (p/\partial y)dy + [2\partial \mu(\partial u_y/\partial y)/\partial y]dy \qquad (1.62.5)$$

$$\sigma'_z = \sigma_z + (\partial \sigma_z/\partial z)dz = -p + 2\mu(\partial u_z/\partial z) - (p/\partial z)dz + [2\partial \mu(\partial u_z/\partial z)/\partial z]dz \qquad (1.62.6)$$

式中，μ 为流体粘度，p 为压力项。体元 x、y、z 三方向上的表面相对应某点的净法向应力分别为：

$$\sigma'_x - \sigma_x = -(p/\partial x)dx + [2\partial \mu(\partial u_x/\partial x)/\partial x]dx \qquad (1.63.1)$$

$$\sigma'_y - \sigma_y = -(p/\partial y)dy + [2\partial \mu(\partial u_y/\partial y)/\partial y]dy \qquad (1.63.2)$$

$$\sigma_z' - \sigma_z = -(p/\partial z)\mathrm{d}z + [2\partial\mu(\partial u_z/\partial z)/\partial z]\mathrm{d}z \tag{1.63.3}$$

体元在 x、y、z 三方向表面的净法向应力分别为：

$$(\sigma_x' - \sigma_x)\mathrm{d}y\mathrm{d}z = -(p/\partial x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z + [2\,\partial\mu(\partial u_x/\partial x)/\partial x]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.64.1}$$

$$(\sigma_y' - \sigma_y)\mathrm{d}x\mathrm{d}z = -(p/\partial y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z + [2\,\partial\mu(\partial u_y/\partial y)/\partial y]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.64.2}$$

$$(\sigma_z' - \sigma_z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = -(p/\partial z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z + [2\,\partial\mu(\partial u_z/\partial z)/\partial z]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.64.3}$$

体元 6 个表面上某点的 12 个切向应力分别为：

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu[(\partial u_x/\partial y) + (\partial u_y/\partial x)] \tag{1.65.1}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu[(\partial u_y/\partial z) + (\partial u_z/\partial y)] \tag{1.65.2}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu[(\partial u_z/\partial x) + (\partial u_x/\partial z)] \tag{1.65.3}$$

$$\tau_{xy}' = \tau_{xy} + (\partial\tau_{xy}/\partial x)\mathrm{d}x = \mu[(\partial u_x/\partial y) + (\partial u_y/\partial x)] + \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial y) + \partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial x\}\mathrm{d}x \tag{1.65.4}$$

$$\tau_{yx}' = \tau_{yx} + (\partial\tau_{yx}/\partial y)\mathrm{d}y = \mu[(\partial u_x/\partial y) + (\partial u_y/\partial x)] + \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial y) + \partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial y\}\mathrm{d}y \tag{1.65.5}$$

$$\tau_{zx}' = \tau_{zx} + (\partial\tau_{zx}/\partial z)\mathrm{d}z = \mu[(\partial u_x/\partial z) + (\partial u_z/\partial x)] + \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial z\}\mathrm{d}z \tag{1.65.6}$$

$$\tau_{xz}' = \tau_{xz} + (\partial\tau_{xz}/\partial x)\mathrm{d}x = \mu[(\partial u_x/\partial z) + (\partial u_z/\partial x)] + \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial x\}\mathrm{d}x \tag{1.65.7}$$

$$\tau_{yz}' = \tau_{yz} + (\partial\tau_{yz}/\partial y)\mathrm{d}y = \mu[(\partial u_y/\partial z) + (\partial u_z/\partial y)] + \{[\partial\mu(\partial u_y/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial y\}\mathrm{d}y \tag{1.65.8}$$

$$\tau_{zy}' = \tau_{zy} + (\partial\tau_{zy}/\partial z)\mathrm{d}z = \mu[(\partial u_y/\partial z) + (\partial u_z/\partial y)] + \{[\partial\mu(\partial u_y/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial z\}\mathrm{d}z \tag{1.65.9}$$

上述表面相对应各点的净切向应力分别为：

$$\tau_{xy}' - \tau_{xy} = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial y) + \partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial x\}\mathrm{d}x \tag{1.66.1}$$

$$\tau_{yx}' - \tau_{yx} = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial y) + \partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial y\}\mathrm{d}y \tag{1.66.2}$$

$$\tau_{zx}' - \tau_{zx} = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial z\}\mathrm{d}z \tag{1.66.3}$$

$$\tau_{xz}' - \tau_{xz} = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial x\}\mathrm{d}x \tag{1.66.4}$$

$$\tau_{yz}' - \tau_{yz} = \{[\partial\mu(\partial u_y/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial y\}\mathrm{d}y \tag{1.66.5}$$

$$\tau_{zy}' - \tau_{zy} = \{[\partial\mu(\partial u_y/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial z\}\mathrm{d}z \tag{1.66.6}$$

体元 6 个表面的切向应力分别为：

$$(\tau_{xy}' - \tau_{xy})\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial y) + \partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial x\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.67.1}$$

$$(\tau_{yx}' - \tau_{yx})\mathrm{d}x\mathrm{d}z = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial y) + \partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial y\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.67.2}$$

$$(\tau_{zx}' - \tau_{zx})\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial z\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.67.3}$$

$$(\tau_{xz}' - \tau_{xz})\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \{[\partial\mu(\partial u_x/\partial z) + \partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial x\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.67.4}$$

$$(\tau'_{yz}-\tau_{yz})\mathrm{d}x\mathrm{d}z=\{[\partial\mu(\partial u_y/\partial z)+\partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial y\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.67.5}$$

$$(\tau'_{zy}-\tau_{zy})\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\{[\partial\mu(\partial u_y/\partial z)+\partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial z\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{1.67.6}$$

单位体积的体元在 x、y、z 方向的净法向应力和净切向应力之和分别为：

$$\begin{aligned}p_x&=[(\sigma'_x-\sigma_x)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(\tau'_{yx}-\tau_{yx})\mathrm{d}x\mathrm{d}z+(\tau'_{zx}-\tau_{zx})\mathrm{d}x\mathrm{d}y]/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\\&=-(p/\partial x)+[2\partial\mu(\partial u_x/\partial x)/\partial x]+[\partial\mu(\partial u_x/\partial y)+\partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial y\\&\quad+[\partial\mu(\partial u_x/\partial z)+\partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial z\end{aligned} \tag{1.68.1}$$

$$\begin{aligned}p_y&=[(\sigma'_y-\sigma_y)\mathrm{d}x\mathrm{d}z+(\tau'_{xy}-\tau_{xy})\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(\tau'_{zy}-\tau_{zy})\mathrm{d}x\mathrm{d}y]/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\\&=-(p/\partial y)+[2\partial\mu(\partial u_y/\partial y)/\partial y]+[\partial\mu(\partial u_x/\partial y)+\partial\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial x\\&\quad+[\partial\mu(\partial u_y/\partial z)+\partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial z\end{aligned} \tag{1.68.2}$$

$$\begin{aligned}p_z&=[(\sigma'_z-\sigma_z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y+(\tau'_{xz}-\tau_{xz})\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(\tau'_{yz}-\tau_{yz})\mathrm{d}x\mathrm{d}z]/\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\\&=-(p/\partial z)+[2\partial\mu(\partial u_z/\partial z)/\partial z]+[\partial\mu(\partial u_x/\partial z)+\partial\mu(\partial u_z/\partial x)]/\partial x\\&\quad+[\partial\mu(\partial u_y/\partial z)+\partial\mu(\partial u_z/\partial y)]/\partial y\end{aligned} \tag{1.68.3}$$

对于二维流体系统，删去与 z 有关的各项，可得 x、y 方向的净法向应力和净切向应力之和，分别为：

$$p_x=-(p/\partial x)+2\partial\mu(\partial u_x/\partial x)/\partial x+\partial\mu(\partial u_x/\partial y)/\partial y+\partial\mu(\partial u_y/\partial x)/\partial y \tag{1.69.1}$$

$$p_y=-(p/\partial y)+2\partial\mu(\partial u_y/\partial y)/\partial y+\partial\mu(\partial u_x/\partial y)/\partial x+\partial\mu(\partial u_y/\partial x)/\partial x \tag{1.69.2}$$

因此，密度为 ρ 的流体在二维空间的 x 方向（水平方向）的动量守恒方程为：

$$\begin{aligned}&\partial\rho u_x/\partial t+\partial[\rho u_x u_x-\mu(\partial u_x/\partial x)]/\partial x+\partial[\rho u_y u_x-\mu(\partial u_x/\partial y)]/\partial y\\&\quad=-\partial P/\partial x+\partial[\mu(\partial u_x/\partial x)]/\partial x+\partial[\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial y-2(\partial\rho k/\partial x)/3\end{aligned} \tag{1.70.1}$$

在 y 方向（垂直方向）的动量守恒方程为：

$$\begin{aligned}&\partial\rho u_y/\partial t+\partial[\rho u_x u_y-\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial x+\partial[\rho u_y u_y-\mu(\partial u_y/\partial y)]/\partial y\\&\quad=-\partial p/\partial y+\partial[\mu(\partial u_x/\partial y)]/\partial x+\partial[\mu(\partial u_y/\partial y)]/\partial y-2(\partial\rho k/\partial y)/3+\rho g_v\end{aligned} \tag{1.70.2}$$

式(1.70.1 和 1.70.2)中的 $2\partial(\rho k/\partial x)/3$ 为动量守恒方程的湍流修正项，这里不作进一步讨论。ρg_y 是流体重力对体元动量变化的贡献。

若粘滞力项中的非扩散部分可以忽略，则方程(1.70.1，1.70.2)分别变成：

$$\begin{aligned}&\partial\rho u_x/\partial t+\partial[\rho u_x u_x-\mu(\partial u_x/\partial x)]/\partial x+\partial[\rho u_y u_x-\mu(\partial u_x/\partial y)]/\partial y\\&\quad=-\partial p/\partial x-2(\partial\rho k/\partial x)/3\end{aligned} \tag{1.71}$$

$$\partial\rho u_y/\partial t+\partial[\rho u_x u_y-\mu(\partial u_y/\partial x)]/\partial x+\partial[\rho u_y u_y-\mu(\partial u_y/\partial y)]/\partial y$$

$$= -\partial p/\partial y - 2(\partial \rho k/\partial y)/3 + \rho g_y \tag{1.72}$$

动量守恒方程的边界条件为:进水口和出水口处流体垂直流速为0,在进水口或出水口断面处流体水平流速各点相同。在沉淀池水面,流体垂直流速为0,水平流速有对称性。在池壁与水的界面,与池壁接触的流体在与池壁相切方向的流速和垂直方向的流速均为0,通过池壁的净质量通量为0。根据计算流体力学,池壁对流体的剪切张力 τ_0 为:

$$\tau_0 = \rho C_\mu^{0.25} k^{0.5} \kappa \Delta \boldsymbol{u} / \ln EX \tag{1.73}$$

式中,C_μ 是经验常数,约为0.09;k 是湍流动能;κ 是常数,对于平滑池壁为0.4187;E 也是常数,对于平滑池壁为9.793;X 是无量纲数,为11.63。由此,上式变成:

$$\tau_0 = 0.048 \rho k^{0.5} \Delta \boldsymbol{u} \tag{1.74}$$

动量方程中压力项的含义是流场中某一点的压力与该点流体静压力之差。当流体静止不动时,压力项 p 处处为0;此时若流体密度恒定而浮力很小,则动量方程中的重力项可以忽略不计。但若流体密度不是处处相同,且浮力项须考虑的话,此时重力项须写成$(\rho - \rho_r)g_y$,其中 ρ_r 是流体参考密度,而压力项 p 则须定义为流场中某一点的压力与该点流体参考静压力 $\rho_r g_y \Delta y$ 之差。

5. 湍流动能方程

根据流体力学,不可压缩流体湍流的平均动能方程为:

$$\partial(\rho k)/\partial t = -\nabla \cdot [\rho \boldsymbol{u} k] + \nabla \cdot \{[\mu_L + (\mu_T/\sigma_k)]\nabla \cdot k\} + (\mu_T/2)(\Delta : \Delta) - \rho\epsilon \tag{1.75}$$

式中,k 是湍流动能,μ_L 是层流粘度,μ_T 是湍流粘度,流体粘度 $\mu = \mu_L + \mu_T$,$\mu_T = 0.09\rho k^2/\epsilon$,$\epsilon$ 是湍流动能耗散速率。方程(1.75)左侧是流场中单位体积内流体湍流动能变化的速率。右侧第一项是因对流引起的单位体积湍流动能的变化;第二项是因扩散引起的单位体积流体湍流动能的变化,扩散系数与粘度有关,σ_k 是常数,一般为1.0;第三项是单位体积流体内湍流动能的产生项,$\Delta : \Delta$ 在二维系统中等于 $4[(\partial u_x/\partial x)^2 + (\partial u_y/\partial y)^2] + 2[(\partial u_y/\partial x) + (\partial u_x/\partial y)]^2$;第四项是单位体积流体湍流动能的耗散项。

由于湍流动能是标量,二维空间湍流动能的守恒方程为:

$$\partial \rho k_x/\partial t + \partial\{\rho u_x k - [\mu_L + (\mu_T/\sigma_k)](\partial k/\partial x)\}/\partial x + \partial\{\rho u_y k - [\mu_L + (\mu_T/\sigma_k)] \cdot (\partial k/\partial y)\}/\partial y = \mu_T\{2[(\partial u_x/\partial x)^2 + (\partial u_y/\partial y)^2] + [(\partial u_y/\partial x) + (\partial u_x/\partial y)]^2\} - \rho\epsilon \tag{1.76}$$

若平均动能产生项及层流粘度项可忽略,则方程(1.75,1.76)分别变成:

$$\partial(\rho k)/\partial t = -\nabla \cdot [\rho \boldsymbol{u} k] + \nabla \cdot [(\mu_T/\sigma_k)\nabla k] - \rho\epsilon \tag{1.77}$$

$$\partial \rho k_x/\partial t + \partial[\rho u_x k - (\mu_T/\sigma_k)(\partial k/\partial x)]/\partial x + \partial[\rho u_y k - (\mu_T/\sigma_k)(\partial k/\partial y)]/\partial y = -\rho\varepsilon \tag{1.78}$$

湍流动能方程的边界条件是：在沉淀池入水口，湍流动能为：

$$k = 3(Iu_x)^2/2 \tag{1.79}$$

式中，I 为平均湍流强度，数值为 0.1～0.3；在沉淀池池壁处，湍流动能的产生与耗散达到平衡，湍流动能为：

$$k = |\tau_0|/\rho C_\mu^{0.5} \tag{1.80}$$

在沉淀池废水液面，$\partial k/\partial y = 0$；在沉淀池出水口，$\partial k/\partial x = 0$。

6. 湍流涡流耗散

根据流体力学，流场中的湍流动能耗散速率方程为：

$$\partial(\rho\varepsilon)/\partial t = -\nabla\cdot[\rho\boldsymbol{u}\varepsilon] + \nabla\cdot\{[\mu_L + (\mu_T/\sigma_\varepsilon)]\nabla\cdot\varepsilon\} + c_1(\varepsilon/k)(\mu_T/2)(\Delta:\Delta) - c_2\rho\varepsilon^2/k \tag{1.81}$$

式中，c_1、c_2 是经验常数，c_1 为 1.44，c_2 为 1.92。方程(1.81)左侧是流场中单位体积内流体湍流动能耗散的变化速率。右侧第一项是因对流引起的单位体积湍流动能耗散的变化速率；第二项是因扩散引起的单位体积流体湍流动能耗散的变化速率，扩散系数与粘度有关，σ_ε 是常数，一般为 1.22；第三项是单位体积流体内湍流动能的产生对湍流动能耗散速率的影响；第四项是因湍流涡流的解体与耗散引起的单位体积流体湍流动能的耗散的变化速率。

由于湍流动能耗散速率是标量，二维空间湍流动能耗散速率方程为：

$$\partial(\rho\varepsilon)/\partial t + \partial\{\rho u_x\varepsilon - [\mu_L + (\mu_T/\sigma_\varepsilon)](\partial\varepsilon/\partial x)\}/\partial x + \partial\{\rho u_y\varepsilon - [\mu_L + (\mu_T/\sigma_\varepsilon)](\partial\varepsilon/\partial y)\}/\partial y = c_1(\varepsilon/k)\mu_T\{2[(\partial u_x/\partial x)^2 + (\partial u_y/\partial y)^2] + [(\partial u_y/\partial x) + (\partial u_x/\partial y)]^2\} - c_2\rho\varepsilon^2/k \tag{1.82}$$

若忽略平均动能产生项及层流粘度项，则方程(1.81，1.82)分别变成：

$$\partial(\rho\varepsilon)/\partial t = -\nabla\cdot[\rho\boldsymbol{u}\varepsilon] + \nabla\cdot[(\mu_T/\sigma_\varepsilon)\nabla\varepsilon] - c_2\rho\varepsilon^2/k \tag{1.83}$$

$$\partial(\rho\varepsilon)/\partial t + \partial[\rho u_x\varepsilon - (\mu_T/\sigma_\varepsilon)(\partial\varepsilon/\partial x)]/\partial x + \partial[\rho u_y\varepsilon - (\mu_T/\sigma_\varepsilon)(\partial\varepsilon/\partial y)]/\partial y = -c_2\rho\varepsilon^2/k \tag{1.84}$$

湍流动能耗散速率方程的边界条件是：在沉淀池入水口，湍流动能为

$$k = 3(Iu_x)^2/2 \tag{1.85}$$

式中，I 为平均湍流强度，数值为 0.1～0.3；在沉淀池池壁处，湍流动能的产生与耗散达到平衡，湍流动能为

$$k = |\tau_0|/\rho C_\mu^{0.5} \tag{1.86}$$

在沉淀池水面，$\partial k/\partial y = 0$；在沉淀池出水口，$\partial k/\partial x = 0$，经验常数 $C_\mu = 0.09$。

7. 悬浮固体质量守恒

若悬浮固体质量分数为 s，则流体密度为：

$$\rho = \rho_r / \{1 - s[1 - (\rho_r/\rho_s)]\} \qquad (1.87)$$

式中 ρ_r 是水的密度，即参考密度，ρ_s 是悬浮固体的密度。悬浮固体的浓度为：

$$\rho_s = \rho s \qquad (1.88)$$

悬浮固体质量守恒方程为：

$$\partial(\rho s)/\partial t = -\nabla\cdot[\rho \boldsymbol{u} s] + \nabla\cdot\{[\mu_L + (\mu_T/\sigma_s)]\nabla s\} - \nabla\cdot[\rho \boldsymbol{v} s] \qquad (1.89)$$

方程(1.89)左侧为悬浮固体的浓度变化速率。右侧第一项是因对流引起的单位体积流体内的固体质量变化速率；第二项是因涡流扩散引起的固体浓度变化速率，σ_s 为常数，一般为1；第三项是因沉降引起的固体浓度变化速率，$\boldsymbol{v}$ 是固体相对于液体的沉降速率向量。

在二维空间，方程(1.89)可以写成：

$$\partial(\rho s)/\partial t + \partial\{\rho u_x s - [\mu_L + (\mu_T/\sigma_s)](\partial s/\partial x)\}/\partial x + \partial\{\rho u_y s - [\mu_L + (\mu_T/\sigma_s)](\partial s/\partial y)\}/\partial y = \partial(\rho v_y s)/\partial y \qquad (1.90)$$

若忽略层流粘度项，方程(1.90)可变成：

$$\partial(\rho s)/\partial t + \partial[\rho u_x s - (\mu_T/\sigma_s)(\partial s/\partial x)]/\partial x + \partial[\rho u_y s - (\mu_T/\sigma_s)(\partial s/\partial y)]/\partial y = \partial(\rho v_y s)/\partial y \qquad (1.91)$$

固体悬浮颗粒的沉降速率与悬浮物浓度有关，计算沉降速率 v_y 的方程为：

$$v_y = v_o[\exp(-r_h \rho_s^*) - \exp(-r_p \rho_s^*)] \qquad (1.92)$$

式中，v_o 是最大理论沉降速率，r_h 是拥挤沉降参数，r_p 是低浓度缓慢沉降组分参数。$\rho_s^* = \rho_s - \rho_{min} = \rho_s - F_{ns}\rho_{in}$，$\rho_{min}$是出水可达到的最小悬浮固体浓度，$F_{ns}$是进水悬浮固体中不可沉降部分的分数，$\rho_{in}$是进水中固体的浓度。

悬浮固体质量守恒方程的边界条件是：在池壁和池水表面，固体净通量为0。在池底，固体在接触池底后即假定被除去，此时形成固体沉降的净通量。

8. 基本微分方程

比较流体的质量守恒方程(1.43)、动量守恒方程(1.48)、湍流动能守恒方程(1.75)、湍流动能耗散速率方程(1.81)、及悬浮固体质量守恒方程(1.89)，可知若用基本变量 ϕ 来代替上述方程中的相应状态变量，可以写出一个基本微分方程来表示上述5种方程的性质。该基本微分方程为：

$$\partial(\rho\phi)/\partial t = -\nabla\cdot[\rho \boldsymbol{u}\phi] + \nabla\cdot[\Gamma\nabla\phi] + S \qquad (1.93)$$

式中，ϕ 是单位质量流体中的基本量(标量或矢量)，$\boldsymbol{u}$ 是流体流速向量，ρ 为流体密度，t 为时间。方程(1.93)中右侧第一项为对流项，对流通量为 $\rho\boldsymbol{u}\phi$；第二项为扩散项，扩散通量与梯度$\nabla\phi$ 成正比，Γ 为基本扩散系数，具体内容由 ϕ 确定；S 为其它项或称源项。

对于质量守恒方程(1.43)，基本微分方程(1.93) 在形式上与其完全一致。

对于动量守恒方程(1.71，1.72)，基本微分方程(1.93)中的源项为方程

(1.71)右侧的 $-\partial p/\partial x-2(\partial \rho k/\partial x)/3$,或(1.72)中的 $-\partial p/\partial y-2(\partial \rho k/\partial y)/3+\rho g_y$。

对于湍流动能守恒方程(1.75),基本微分方程(1.93)中的源项为方程(1.75)右侧的 $-\rho\epsilon$。

对于湍流动能耗散速率方程(1.81),基本微分方程(1.93)中的源项为方程(1.81)右侧的 $-c_2\rho\epsilon^2/k$。

对于悬浮固体守恒方程(1.90),基本微分方程(1.93)中的源项为方程(1.90)右侧的$\partial(\rho v_y s)/\partial y$。

方程(1.93)即为本例所求的描述沉淀池二维流场中流体流速分布和固体颗粒浓度分布的基本数学模型。

第二节　模型的分析

仿真的第二步,是要对模型进行分析。所谓对模型进行分析,就是在不同的边界条件或参数设定下对模型求解,并从求得的解中获得所研究对象或过程的动态性质。

具有集总参数特征的过程,其数学模型一般为微分方程(组),可用四阶龙格—库塔法求解;具有分布参数特征的过程,其数学模型一般为偏微分方程(组),可用有限差分法求解。龙格—库塔法是在单一方向上(如时间)的差分法;有限差分法是多个方向上(如时间和空间)的差分法。

一、四阶龙格—库塔法

若有微分方程 $dy/dt=f(t,y)$,已知 $t=t_n$ 时,$y=y_n$,时间 t 迭代计算的步长为 h,则在 $t=t_{n+1}$时,

$$y_{n+1}=y_n+(k_1+2k_2+2k_3+k_4)/6$$

式中,$k_1=h\cdot f(t_n,y_n)$

$k_2=h\cdot f(t_n+h/2,y_n+k_1/2)$

$k_3=h\cdot f(t_n+h/2,y_n+k_2/2)$

$k_4=h\cdot f(t_n+h,y_n+k_3)$

由以上方程可知,只要已知初始时刻的 y 值,即可通过迭代计算,算出任意时刻 y 的数值。计算原理可从图 1.8(a)、(b)、(c)、(d)中看出。

在图 1.8(a)中,根据方程 $dy/dt=f(t,y)$,将 t_n、y_n 值代入$f(t,y)$即可得到 dy/dt 值,也即该方程曲线在 t_n、y_n 点的斜率。由图可见,斜率为 $f(t_n,y_n)$ 的

直线与 $y=y_n$、$t=t_n+h$ 的直线相交形成三角形。三角形底边长为 h，斜边斜率为 $f(t_n,y_n)$，因此三角形另一直角边的长度为 $h\cdot f(t_n,y_n)$，即 k_1。

在图 1.8(b) 中，根据方程 $dy/dt=f(t,y)$，将 $t_n+h/2$、$y_n+k_1/2$ 值代入 $f(t,y)$ 即可得到又一个 dy/dt 值，也即该方程在 $t_n+h/2$、$y_n+k_1/2$ 点的斜率（注意：表示该斜率的虚线不与方程曲线相切）。通过 t_n、y_n 点作虚线的平行线，与 $t=t_n+h$ 的直线相交后形成三角形。三角形底边长为 h，斜边斜率为 $f(t_n+h/2,y_n+k_1/2)$，因此三角形另一直角边的长度为 $h\cdot f(t_n+h/2,y_n+k_1/2)$，即 k_2。

图 1.8(c)、(d)中的情况与 1.8(b)中相似，读者可自行推导。

对于含多个变量的微分方程组，上述计算方法仍然有效。例如，若有一阶微分方程组

$$\begin{cases} dx/dt=f(t,x,y) \\ dy/dt=g(t,x,y) \end{cases}$$

已知在 t_n 时，$x=x_n$，$y=y_n$，时间步长为 h，则在 $t=t_n+h$ 时，

$$\begin{cases} x_{n+1}=x_n+(k_1+2k_2+2k_3+k_4)/6 \\ y_{n+1}=y_n+(l_1+2l_2+2l_3+l_4)/6 \end{cases}$$

式中，$k_1=hf(t_n,x_n,y_n)$

$$k_2=hf(t_n+h/2,x_n+k_1/2,\quad y_n+l_1/2)$$
$$k_3=hf(t_n+h/2,x_n+k_2/2,\quad y_n+l_2/2)$$
$$k_4=hf(t_n+h,x_n+k_3,\quad y_n+l_3)$$
$$l_1=hg(t_n,x_n,y_n)$$
$$l_2=hg(t_n+h/2,x_n+k_1/2,\quad y_n+l_1/2)$$
$$l_3=hg(t_n+h/2,x_n+k_2/2,\quad y_n+l_2/2)$$
$$l_4=hg(t_n+h,x_n+k_3,\quad y_n+l_3)$$

在用四阶龙格—库塔法求解微分方程组模型时，初值的选取十分重要。原因是，微分方程组的收敛点不一定是惟一的，而龙格—库塔法是数值方法，只要本次迭代计算结果与上次计算结果之差小于某一个较小的数（以某种方式表示），即承认本次迭代结果为方程组的解。因此，若初值选取不当，则有可能在计算结束时，得到的解并不符合实际。

正确的初值选取在很大程度上要依靠对研究对象的深刻了解。为了避免差错，可以进行多组不同初值的选取与试算，并比较各次计算结果。在计算完成后，计算结果还必须与工程实际进行比照。

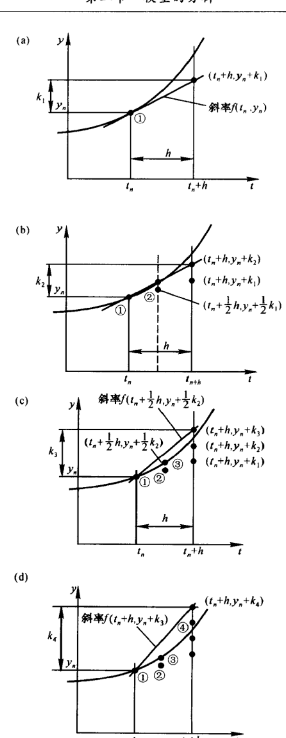


图 1.8 四阶龙格－库塔法 k 值计算示意图(a)k_1;(b)k_2;(c)k_3;(d)k_4

例 1.5 活性污泥过程各组分的浓度变化分析

试求当例 1.1 中废水易降解有机碳浓度 $S_{s,o}$产生变化时,系统内各组分的浓度随时间的变化情况。

解:第一步,建立系统的动态方程组。根据图 1.2 所示活性污泥过程的物流状况,系统的微分方程组可写出如下:

$$\begin{cases} V(\mathrm{d}S_s/\mathrm{d}t) = q_{V,i}S_{s,i} - 0 - q_{V,o}S_s + \sum_R V(\mathrm{d}S_s/\mathrm{d}t)_R & (1.94.1) \\ V(\mathrm{d}X_s/\mathrm{d}t) = q_{V,i}X_{s,i} - q_{V,w}3X_s - 0 + \sum_R V(\mathrm{d}X_s/\mathrm{d}t)_R & (1.94.2) \\ V(\mathrm{d}X_{bh}/\mathrm{d}t) = 0 - q_{V,w}3X_{bh} - 0 + \sum_R V(\mathrm{d}X_{bh}/\mathrm{d}t)_R & (1.94.3) \\ V(\mathrm{d}X_{ba}/\mathrm{d}t) = 0 - q_{V,w}3X_{ba} - 0 + \sum_R V(\mathrm{d}X_{ba}/\mathrm{d}t)_R & (1.94.4) \\ V(\mathrm{d}X_p/\mathrm{d}t) = 0 - q_{V,w}3X_p - 0 + \sum_R V(\mathrm{d}X_p/\mathrm{d}t)_R & (1.94.5) \\ V(\mathrm{d}S_{nh}/\mathrm{d}t) = q_{V,i}S_{nh,i} - 0 - q_{V,o}S_{nh} + \sum_R V(\mathrm{d}S_{nh}/\mathrm{d}t)_R & (1.94.6) \\ V(\mathrm{d}S_{no}/\mathrm{d}t) = q_{V,i}S_{no,i} - 0 - q_{V,o}S_{no} + \sum_R V(\mathrm{d}S_{no}/\mathrm{d}t)_R & (1.94.7) \\ V(\mathrm{d}S_{nd}/\mathrm{d}t) = q_{V,i}S_{nd,i} - 0 - q_{V,o}S_{nd} + \sum_R V(\mathrm{d}S_{nd}/\mathrm{d}t)_R & (1.94.8) \\ V(\mathrm{d}X_{nd}/\mathrm{d}t) = q_{V,i}X_{nd,i} - q_{V,w}3X_{nd} - 0 + \sum_R V(\mathrm{d}X_{nd}/\mathrm{d}t)_R & (1.94.9) \end{cases}$$

第二步,给出方程组的动力学系数和化学计量系数。所有参数数值在这里采用表 1.1 生活污水在中性 pH 和 20 ℃时参数的默认值。

第三步,给出下列数据:

1. 需处理的废水组分及浓度(初沉池出水水质数据):

$S_{s,in} = 130$ mg COD/L　　$X_{s,i} = 330$ mg COD/L

$S_{nh,in} = 31$ mg N/L　　$S_{no,in} = 0$ mg N/L

$S_{nd,in} = 21$ mg N/L　　$X_{nd,in} = 0$

2. 曝气池初始组分和浓度:

$S_s = 3.64$ mg COD/L　　$X_s = 167$ mg COD/L

$X_{bh} = 1219$ mg COD/L　　$X_{ba} = 34$ mg COD/L

$X_p = 155$ mg COD/L　　$S_{nh} = 27.1$ mg N/L

$S_{no} = 8.06$ mg N/L　　$S_{nd} = 8.36$ mg N/L

$X_{nd} = 7.64$ mg N/L

在对活性污泥过程进行模拟时,初值一般为系统的稳态值。因为当系统存

在外界扰动或内部设定值变动时，系统将发生动态变化，而这种变化是从系统的稳态值开始的。因此，可以先根据活性污泥过程的基本性质，选取一组各组分浓度的初值，然后在一定的输入数据和参数数值下进行运算，获得在该输入和参数的条件下系统的一组稳态解。该组稳态解即可作为新的初值，代入方程组，然后变化输入（扰动或设定变化）或参数，对该系统进行研究。

3. 废水和污泥停留时间：

废水停留时间 $t_1 = 0.3$ d，污泥停留时间 $t_2 = 8$ d

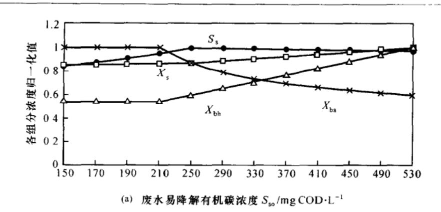
4. 时间步长：$h = 0.001$ d

第四步，编写计算程序。

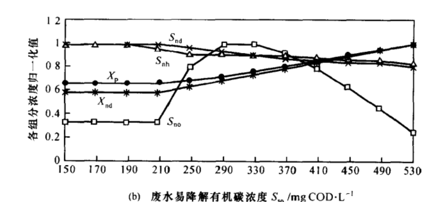
例 1.5 的计算结果可见表 1.3。表 1.3 显示各组分浓度随 S_{so} 变化而变化的情况，单位同前。表 1.3 下半部分表示各组分浓度的归一化值，以便于在二维图上显示并比较各组分浓度的动态行为。系统动态行为可见图 1.9(a)、(b)。

表 1.3　废水易降解有机碳浓度 S_{so} 变化对 ASP 各组分浓度的影响

S_{so}	S_s	X_s	X_{bh}	X_{ba}	X_p	S_{no}	S_{nh}	S_{nd}	X_{nd}
150	3.73	167	1218	34	155	8 05	27.1	8.36	7.64
170	3.83	167	1219	34	155	8.1	27.1	8.36	7.64
190	4	167	1219	34	155	8.12	27.1	8 36	7 64
210	4.19	168	1219	34	155	8.14	26.11	8.36	7.64
250	4.4	168	1325	30	159	20	24.6	8.15	8.22
290	4.36	170	1460	27	166	24.5	24.7	7.85	8.91
330	4.32	173	1597	25.2	175	24.6	24.6	7.6	9.6
370	4.3	177	1730	23.9	185	22.7	24.3	7.39	10.3
410	4.3	180	1863	22.8	195	19.5	23.9	7.2	10.9
450	4.26	184	1996	22	206	15.6	23.4	7.04	11.6
490	4.25	189	2128	21.2	218	11	22.9	6.9	12.3
530	4.23	192	2259	20.5	230	6.08	22.3	6.77	13
S_{so}	S_s	X_s	X_{bh}	X_{ba}	X_p	S_{no}	S_{nh}	S_{nd}	X_{nd}
150	0.85	0.87	0.54	1	0.67	0.33	1	1	0.59
170	0.87	0.87	0.54	1	0.67	0.33	1	1	0.59
190	0.91	0.87	0.54	1	0.67	0.33	1	1	0.59
210	0.95	0.88	0.54	1	0.67	0.33	0.96	1	0.59
250	1	0.88	0.59	0.88	0.69	0.81	0.91	0.97	0.63
290	0.99	0.89	0.65	0.79	0.72	1	0.91	0.94	0.69
330	0.98	0.9	0.71	0.74	0.76	1	0.91	0.91	0.74
370	0.98	0.92	0.77	0.7	0.8	0.92	0.9	0.88	0.79
410	0.98	0.94	0.82	0.67	0.85	0.79	0.88	0.86	0.84
450	0.97	0.96	0.88	0.651	0.9	0.63	0.86	0.84	0.89
490	0.97	0.98	0.94	0.62	0.95	0.45	0.85	0.83	0 95
530	0.96	1	1	0.6	1	0.25	0.82	0.81	1



(a) 废水易降解有机碳浓度 S_{so}/mg COD·L^{-1}



(b) 废水易降解有机碳浓度 S_{so}/mg COD·L^{-1}

图 1.9　废水易降解有机碳浓度 S_{so}变化对 ASP 稳态组成的影响

二、有限差分法

沉淀池二维流场模型在形式上是一个偏微分方程组，由总质量守恒、二维动量守恒、湍流动能守恒、湍流动能耗散速率、悬浮固体质量守恒等偏微分方程所组成(式 1.93)，同时配以计算相应参数的各种公式。该模型可用有限差分法求解。

为用有限差分法对沉淀池二维断面各点求解，沉淀池断面被垂直线和水平线分割，形成有序的网格群，方程求解依次在每一个网格中进行。网格大小可以相同，也可以不同。对于初学者，宜使用相同大小网格。在每一个网格中，流体质量、流体动量、湍流动能、动能耗散、悬浮固体等的守恒方程有效；而对每一个网格而言，上述变量的输入、输出则发生在与其相邻的网格的界面上，或沉淀池周边、底部或表面的固液、固气界面上。

求解的顺序可以由上到下、由左至右一格一格依次进行。先给出所有网格

中上述变量的初值,然后用模型对流场状态一格一格计算。在一个断面的所有网格的流场变量计算完成后,即对整个断面所有网格的计算结果与相应网格初值的误差进行评价。若误差小于一个既定值,即可认为计算完成。否则,将计算结果作为新的初值,重复上述过程,直到误差小于一个既定值为止。

断面上每一个网格中心的流体状态,定义为该网格内各点的状态,即整个网络内各点的状态处处均匀。而网格之间变量的相互作用,可用各网格中心点之间通过网格界面的相互作用来研究或表示。将上述偏微分方程对网格的二维空间和有限时间进行积分,即可得到根据该网格的相邻网格的状态来计算本网格的状态的差分方程。

1. 偏微分方程离散化

将基本微分方程(式 1.93)移项后可得:

$$\partial(\rho\phi)/\partial t+\nabla\cdot[\rho \boldsymbol{u}\phi]-\nabla\cdot[\Gamma\nabla\phi]=S \tag{1.95}$$

在二维空间($\partial\phi/\partial z=0,\Delta z=1$),方程(1.95)可写成:

$$\partial\rho\phi/\partial t+(\partial\rho u_x\phi/\partial x+\partial\rho u_y\phi/\partial y)-\{\partial[\Gamma(\partial\phi/\partial x)]/\partial x+\partial[\Gamma(\partial\phi/\partial y)]/\partial y\}=S \tag{1.96}$$

将方程左侧的对流项和扩散项合并,然后对时间和二维空间积分,可得:

$$\iiint(\partial\rho\phi/\partial t)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t+\iiint\partial[\rho u_x\phi-\Gamma(\partial\phi/\partial x)]/\partial x\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t+$$
$$\iiint(\partial[\rho u_y\phi-\Gamma(\partial\phi/\partial y)]/\partial y\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t=\iiint S\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{1.97}$$

图 1.10 显示一个边长为 Δx 和 Δy 的网格及其四个相邻网格的关系。P 是中央网格的中心,相邻网格的中心依次是 W、E、N、S,中央网格四边的中点分别是 w、e、n、s,中央网格中心点 P 到 W、S 和 N、E 的距离分别是 δx 和 δy。若网格是正方形,则 $\Delta x=\Delta y=\delta x=\delta y$。

由于 ϕ 是一般性变量,可以认为既是时间也是空间的函数。对方程(1.97)各项在 t 到 $t+\Delta t$ 和 Δx、Δy 内积分,除以 Δt,并进行离散化,可得:

$\rho\phi$ 在 $\Delta x\Delta y$ 上的累积速率为:$(\rho_P\phi_P-\rho_P^0\phi_P^0)\Delta x\Delta y/\Delta t$。$\rho_P^0\phi_P^0$ 表示在 P 点的初始值(在 t 时刻),$\rho_P\phi_P$ 为当前值(在 $t+\Delta t$ 时刻);$(\rho_P\phi_P-\rho_P^0\phi_P^0)$ 为 P 点 $\rho\phi$ 的变化量,乘以 $\Delta x\Delta y$ 为 $\rho\phi$ 在面积 $\Delta x\Delta y$ 上的变化量,再除以 Δt 即为 $\rho\phi$ 在面积 $\Delta x\Delta y$ 上的变化速率;

从 w 点到 e 点通过 Δy 的对流和扩散对 $\rho\phi$ 的累积速率的贡献为:

$$\{[(\rho u_x\phi)_e-\Gamma(\partial\phi/\partial x)_e]-[(\rho u_x\phi)_w-\Gamma(\partial\phi/\partial x)_w]\}\Delta y$$

$[(\rho u_x\phi)_e-\Gamma(\partial\phi/\partial x)_e]-[(\rho u_x\phi)_w-\Gamma(\partial\phi/\partial x)_w]$ 为 x 方向由 w 到 e 的 $[(\rho u_x\phi)-\Gamma(\partial\phi/\partial x)]$ 的离散化增量,乘以 Δy 得到在面积 $\Delta x\Delta y$ 上的变化量;在对 Δt 积分后又除以 Δt 得到在面积 $\Delta x\Delta y$ 上的变化速率,但因 $\Delta t/\Delta t=1$,因

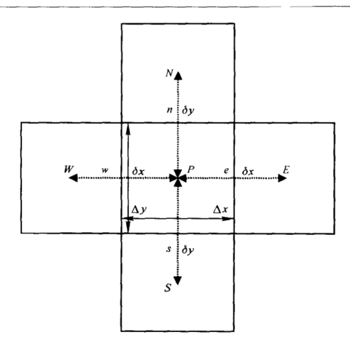


图 1.10 沉淀池二维流态模型离散化示意图

此 $\Delta t/\Delta t$ 在式中未标出；

从 s 点到 n 点的对流和扩散对 $\rho\phi$ 的累积速率的贡献为：

$$\{[(\rho u_y\phi)_n - \Gamma(\partial\phi/\partial y)_n] - [(\rho u_y\phi)_s - \Gamma(\partial\phi/\partial y)_s]\}\Delta x$$

$[(\rho u_y\phi)_n - \Gamma(\partial\phi/\partial y)_n] - [(\rho u_y\phi)_s - \Gamma(\partial\phi/\partial y)_s]$为 y 方向由 s 到 n 的 $[(\rho u_y\phi) - \Gamma(\partial\phi/\partial y)]$的离散化增量，乘以 Δx 得到在面积 $\Delta x\Delta y$ 上的变化量；在对 Δt 积分后又除以 Δt 得到在面积 $\Delta x\Delta y$ 上的变化速率，但因 $\Delta t/\Delta t = 1$，因此 $\Delta t/\Delta t$ 在式中未标出；

将源项线性化，得 $S = S_P\phi_P + S_C$，在 t 到 $t+\Delta t$ 和 Δx、Δy 内积分，除以 Δt，并进行离散化，可得：$S = (S_P\phi_P + S_C)\Delta x\Delta y$。

综合以上分析，可得基本微分方程（式 1.93）积分并离散化的方程：

$$(\rho_P\phi_P - \rho_P^0\phi_P^0)\Delta x\Delta y/\Delta t + \{[(\rho u_x\phi)_e - \Gamma(\partial\phi/\partial x)_e] - [(\rho u_x\phi)_w - \Gamma(\partial\phi/\partial x)_w]\}\Delta y + \{[(\rho u_y\phi)_n - \Gamma(\partial\phi/\partial y)_n] - [(\rho u_y\phi)_s - \Gamma(\partial\phi/\partial y)_s]\}\Delta x = (S_P\phi_P + S_C)\Delta x\Delta y \quad (1.98)$$

对于流体全部组分的质量守恒，$\phi = 1$，若源项为 0，则方程(1.98)变成：

$$(\rho_P - \rho_P^0)\Delta x\Delta y/\Delta t + [(\rho u_x)_e - (\rho u_x)_w]\Delta y + [(\rho u_y)_n - (\rho u_y)_s]\Delta x = 0 \quad (1.99)$$

将式(1.99)两边同乘 ϕ 在 P 点的值 ϕ_P，可得：

$$\phi_P(\rho_P - \rho_P^0)\Delta x\Delta y/\Delta t + \phi_P[(\rho u_x)_e - (\rho u_x)_w]\Delta y + \phi_P[(\rho u_y)_n - (\rho u_y)_s]\Delta x = 0 \quad (1.100)$$

从式(1.98)中减去(1.100),可得:

$$\rho_P^0(\phi_P-\phi_P^0)\Delta x\Delta y/\Delta t+(J_e-F_e\phi_P)-(J_w-F_w\phi_P)+$$
$$(J_n-F_n\phi_P)-(J_s-F_s\phi_P)=(S_P\phi_P+S_C)\Delta x\Delta y \tag{1.101}$$

式中,J 是通过网格某一边 ϕ 的对流与扩散通量,F 是通过网格某一边 ϕ 的质量流速,计算公式分别为:

$$J_e=[(\rho u_x\phi)_e-(\Gamma\partial\phi/\partial x)_e]\Delta y \tag{1.102.1}$$
$$J_w=[(\rho u_x\phi)_w-(\Gamma\partial\phi/\partial x)_w]\Delta y \tag{1.102.2}$$
$$J_n=[(\rho u_y\phi)_n-(\Gamma\partial\phi/\partial y)_n]\Delta x \tag{1.102.3}$$
$$J_s=[(\rho u_y\phi)_s-(\Gamma\partial\phi/\partial y)_s]\Delta x \tag{1.102.4}$$
$$F_e=(\rho u_x)_e\Delta y \tag{1.103.1}$$
$$F_w=(\rho u_x)_w\Delta y \tag{1.103.2}$$
$$F_n=(\rho u_y)_n\Delta x \tag{1.103.3}$$
$$F_s=(\rho u_y)_s\Delta x \tag{1.103.4}$$

通过网格某一边 ϕ 的对流及扩散通量显然与该边两侧(左右或上下)两个网格中心点的 ϕ 值之差有关,可以通过各网格中心点的偶联系数 a 建立联系,因而定义:

$$(J_e-F_e\phi_P)=a_E(\phi_P-\phi_E) \tag{1.104.1}$$
$$(J_w-F_w\phi_P)=a_W(\phi_W-\phi_P) \tag{1.104.2}$$
$$(J_n-F_n\phi_P)=a_N(\phi_P-\phi_N) \tag{1.104.3}$$
$$(J_s-F_s\phi_P)=a_S(\phi_S-\phi_P) \tag{1.104.4}$$

式(1.104)中偶联系数 a 的计算公式为:

$$a_E=D_eA(|P_e|)+\max(-F_e,0) \tag{1.105.1}$$
$$a_W=D_wA(|P_w|)+\max(F_w,0) \tag{1.105.2}$$
$$a_N=D_nA(|P_n|)+\max(-F_n,0) \tag{1.105.3}$$
$$a_S=D_sA(|P_s|)+\max(F_s,0) \tag{1.105.4}$$

式(1.105)中,$\max(-F_e,0)$表示在括号内的两个数中取大的一个。对流场中的某一网格,因为有流体的流入与流出,所以 F 值就有正(流入)与负(流出)之分。当流体对于 P 网格自 w 往 e、自 s 往 n 流动时,F_w,F_s 为正,F_e,F_n 为负。D 是网格间界面上的扩散传导率,定义为:

$$D_e=\Gamma_e\Delta y/(\delta x)_e \tag{1.106.1}$$
$$D_w=\Gamma_w\Delta y/(\delta x)_w \tag{1.106.2}$$
$$D_n=\Gamma_n\Delta x/(\delta y)_n \tag{1.106.3}$$
$$D_s=\Gamma_s\Delta x/(\delta y)_s \tag{1.106.4}$$

若网格为正方形，则 $\Delta x=\Delta y=(\delta x)_e=(\delta x)_w=(\delta y)_n=(\delta y)_s$，此时 $D_e=\Gamma_e, D_w=\Gamma_w, D_n=\Gamma_n, D_s=\Gamma_s$。方程(1.105)中的 P 为网格界面处质量流速和扩散传导率之比：

$$P_e=F_e/D_e, P_w=F_w/D_w, P_n=F_n/D_n, P_s=F_s/D_s \tag{1.107}$$

$A(|P|)$的计算方法是：

$$A(|P|)=\max\{0,[1-(|P|/10)]^5\} \tag{1.108}$$

以 P_e 为例，若 $P_e>10, A(|P|)=0$；若 $P_e<-10, A(|P|)=0$；若 $-10\leqslant P_e<0$，或 $0\leqslant P_e\leqslant 10, A(|P|)=[1-(|P|/10)]^5$。

现在可以计算偶联系数 a。仍以 P_e 为例，由于 $P_e=F_e/D_e$，方程(1.105.1)可改写成 $a_E/D_e=A(|P_e|)+\max(-P_e,0)/D_e$。若 $P_e>10$，则 $a_E/D_e=0$；若 $P_e<-10$，则 $a_E/D_e=-P_e$；若 $-10\leqslant P_e<0$，则 $a_E/D_e=[1-(|P_e|/10)]^5-P_e$；若 $0\leqslant P_e\leqslant 10$，则 $a_E/D_e=[1-(|P_e|/10)]^5$。

式(1.105~1.108)的推导过程请读者参阅计算流体力学的有关书籍，这里不予详述。

对于网格中心 P 点的偶联系数 a 的初始状态，定义：

$$a_P^0=\rho_P^0\Delta x\Delta y/\Delta t \tag{1.109}$$

将式(1.104,1.109)代入(1.101)，可得：

$$(\phi_P-\phi_P^0)a_P^0+\phi_P(a_E+a_W+a_N+a_S)-(a_E\phi_E+a_W\phi_W+a_N\phi_N+a_S\phi_S)=(S_P\phi_P+S_C)\Delta x\Delta y \tag{1.110}$$

整理后得：

$$\phi_P(a_E+a_W+a_N+a_S+a_P^0-S_P\Delta x\Delta y)-(a_E\phi_E+a_W\phi_W+a_N\phi_N+a_S\phi_S)=S_C\Delta x\Delta y+\phi_P^0a_P^0 \tag{1.111}$$

令：

$$b=S_C\Delta x\Delta y+\phi_P^0a_P^0$$

$$a_P=a_E+a_W+a_N+a_S+a_P^0-S_P\Delta x\Delta y$$

可得沉淀池二维有限差分离散化模型：

$$a_P\phi_P=a_E\phi_E+a_W\phi_W+a_N\phi_N+a_S\phi_S+b \tag{1.112}$$

计算时要注意：①计算相邻网格界面的对流与扩散通量所用表达式在界面两侧网格中必须相同；②偶联系数均为正值；③线性化的源项斜率为负值；④当用方程(1.112)计算湍流动能、湍流涡流耗散速率及悬浮固体浓度时，方程(1.112)中所有数值均须为正值。

2. 主离散网格和错位速度网格

图1.11是主网格和错位速度网格示意图。主网格的中心点是 P、W、E、N、S，以椭圆点表示，用以计算压力项、组分质量分数、密度、湍流动能、动能耗散速率、悬浮固体浓度等。错位网格的中心点是 w、e、n、s，以水平箭头和垂直

箭头表示,用以计算流体水平速度和垂直速度。

将流速计算网格与压力计算网格错位(上下、左右各错位半网格)的目的,是使压力项的网格中心点位于错位速度网格群的界面上,而速度项的网格中心点位于主网格群的界面上。

图1.11中用多条垂直线标记的区域,是一个错位速度网格,用以计算动量守恒方程,其中水平速度$(u_x)_w$位于该错位网格的中心点w。用多条水平线标记的区域,也是一个错位速度网格,同样用以计算动量守恒方程,其中垂直速度$(u_y)_s$位于该错位网格的中心点s。

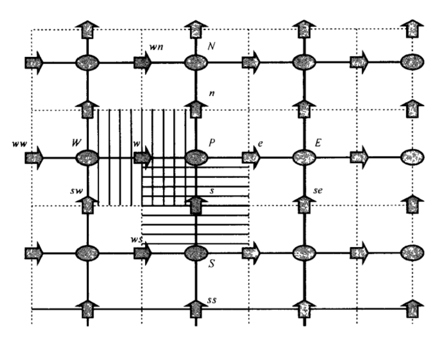


图1.11　主离散网格和错位速度网格

在图1.11中,作用在水平速度$(u_x)_w$的压力为$\Delta p = p_W - p_P$,作用在垂直速度$(u_y)_s$的压力为$\Delta p = p_S - p_P$。仿照方程(1.112)的推导过程,对于二维空间动量守恒(一般性变量ϕ具体化为速度u),在错位网格中有:

$$a_w(u_x)_w = a_{ww}(u_x)_{ww} + a_e(u_x)_e + a_{wn}(u_x)_{wn} + a_{ws}(u_x)_{ws} + b' + (p_W - p_P)l \tag{1.113}$$

$$a_s(u_y)_s = a_{ss}(u_y)_{ss} + a_n(u_y)_n + a_{sw}(u_y)_{sw} + a_{se}(u_y)_{se} + b' + (p_S - p_P)l \tag{1.114}$$

式中,b'为源项,其中已扣除压力项,仅为方程(1.48)右侧的重力项及$(-\nabla\cdot\tau)$中的非扩散部分;l为正方形网格的边长。

(1) 速度校正方程　根据动量守恒方程(1.48)可知,为了求得流体流速,必须已知流场的压力梯度,或压力场。若压力场数值不正确,虽可求得速度场,但该求得的速度场不会满足连续方程即流体整体质量守恒的要求。

设 p^* 为初始压力,p' 为校正压力。则正确的压力值为:

$$p = p^* + p' \tag{1.115}$$

相应于初始压力场 p^*,用下列方程可以算得初始速度场 u_x^*, u_y^*:

$$a_w(u_x^*)_w = a_{ww}(u_x^*)_{ww} + a_e(u_x^*)_e + a_{wn}(u_x^*)_{wn} + a_{ws}(u_x^*)_{ws} + b + (p_W^* - p_P^*)l \tag{1.116}$$

$$a_s(u_y^*)_s = a_{ss}(u_y^*)_{ss} + a_n(u_y^*)_n + a_{sw}(u_y^*)_{sw} + a_{se}(u_y^*)_{se} + b + (p_S^* - p_P^*)l \tag{1.117}$$

式中,$(u_x^*)_{ww}$、$(u_x^*)_e$、$(u_x^*)_{wn}$、$(u_x^*)_{ws}$、$(u_y^*)_{ss}$、$(u_y^*)_n$、$(u_y^*)_{sw}$、$(u_y^*)_{se}$、p_W^*、p_P^*、p_S^*,均为猜测值,$(u_x^*)_w$ 和 $(u_y^*)_s$ 为计算所得值。a_{ww}、a_e、a_{wn}、a_{ws}、a_{ss}、a_n、a_{sw}、a_{se}的值分别用方程(1.105)及相关方程计算。

令 u_x'、u_y' 分别为速度校正项,则在 w、s 点分别有:

$$(u_x)_w = (u_x^*)_w + (u_x')_w \tag{1.118}$$

$$(u_y)_s = (u_y^*)_s + (u_y')_s \tag{1.119}$$

速度校正项可用下列方程计算:

$$a_w(u_x')_w = a_{ww}(u_x')_{ww} + a_e(u_x')_e + a_{wn}(u_x')_{wn} + a_{ws}(u_x')_{ws} + (p_W' - p_P')l \tag{1.120}$$

$$a_s(u_y')_s = a_{ss}(u_y')_{ss} + a_n(u_y')_n + a_{sw}(u_y')_{sw} + a_{se}(u_y')_{se} + (p_S' - p_P')l \tag{1.121}$$

式中,$(u_x')_{ww}$、$(u_x')_e$、$(u_x')_{wn}$、$(u_x')_{ws}$、$(u_y')_{ss}$、$(u_y')_n$、$(u_y')_{sw}$、$(u_y')_{se}$、p_W'、p_P'、p_S',均为猜测值,$(u_x')_w$ 和 $(u_y')_s$ 为计算所得值。a_{ww}、a_e、a_{wn}、a_{ws}、a_{ss}、a_n、a_{sw}、a_{se}的值仍分别用方程(1.105)及相关方程计算。

可以证明,式(1.120,1.121)和式(1.122,1.123)在速度校正效果上等价:

$$a_w(u_x')_w = (p_W' - p_P')l \tag{1.122}$$

$$a_s(u_y')_s = (p_S' - p_P')l \tag{1.123}$$

因而,

$$(u_x')_w = d_w(p_W' - p_P') \tag{1.124}$$

$$(u_y')_s = d_s(p_S' - p_P') \tag{1.125}$$

式中,

$$d_w = l/a_w, \quad d_s = l/a_s$$

由此可得 w、s 点的速度校正方程分别为:

$$(u_x)_w = (u_x^*)_w + d_w(p_W' - p_P') \tag{1.126}$$

$$(u_y)_s = (u_y^*)_s + d_s(p_S' - p_P') \tag{1.127}$$

(2) 压力校正方程　为方便起见重写二维流体的连续方程(1.99)：

$$(\rho_P-\rho_P^0)\Delta x\Delta y/\Delta t+[(\rho u_x)_e-(\rho u_x)_w]\Delta y+[(\rho u_y)_n-(\rho u_y)_s]\Delta x=0$$

将方程(1.126,1.127)代入上式，可得：

$$a_P p'_P=a_E p'_E+a_W p'_W+a_N p'_N+a_S p'_S+b \quad (1.128)$$

式中，

$$a_N=\rho_n d_n\Delta x \quad (1.129.1)$$

$$a_S=\rho_s d_s\Delta x \quad (1.129.2)$$

$$a_W=\rho_w d_w\Delta y \quad (1.129.3)$$

$$a_E=\rho_e d_e\Delta y \quad (1.129.4)$$

$$a_P=a_E+a_W+a_N+a_S \quad (1.130)$$

$$b=(\rho_P^0-\rho_P)\Delta x\Delta y/\Delta t+[(\rho u_x^*)_w-(\rho u_x^*)_e]\Delta y+[(\rho u_y^*)_s-(\rho u_y^*)_n]\Delta x \quad (1.131)$$

3. 计算方法小结

沉淀池二维流场的差分或离散模型的计算方法(SIMPLE 法，Semi - Implicit Method For Pressure Linked - Equations)如下：

(1) 给出压力场初值 $\boldsymbol{p}^*$ 及速度场初值 $\boldsymbol{u}^*$；

(2) 解方程(1.116,1.117)，重新获得速度场初值 $\boldsymbol{u}^*$；

(3) 解压力校正方程(1.128)，获得 $\boldsymbol{p}'$；

(4) 根据方程(1.115)求得压力场 $\boldsymbol{p}$；

(5) 根据速度校正方程(1.126,1.127)求得速度场 $\boldsymbol{u}$；

(6) 分别根据方程(1.112)计算湍流动能 k、湍流动能耗散 ε、及悬浮固体质量分数 m 的二维空间分布；

(7) 针对二维空间流场的所有网格，逐格计算流体流速 $\boldsymbol{u}$、湍流动能 k、湍流动能耗散 ε、及悬浮固体质量分数 m 在本次及上次计算的误差；

(8) 如果误差小于一个既定的小数，则认为计算完成；否则，将在步骤 4 中算得的压力场 $\boldsymbol{p}$ 用作压力场初值 $\boldsymbol{p}^*$ 重复步骤 2～8。

例 1.6　二沉池流体流速及固体浓度分布分析

有矩形二沉池断面如图 1.12 所示。试用有限差分法计算该二沉池中的流体流速及固体浓度分布。

解：第一步，列出二沉池二维模型的各种方程：

1. 动量守恒方程　假定流体密度不变，即 ρ 为常数，则有：

x 方向：$$\partial u_x/\partial t+u_x(\partial u_x/\partial x)+u_y(\partial u_x/\partial y)=(-\partial p/\partial x)/\rho+\partial[\mu_T(\partial u_x/\partial x)]/\partial x+\partial[\mu_T(\partial u_x/\partial y)]/\partial y+Su_x \quad (1.132)$$

y 方向：$$\partial u_y/\partial t+u_x(\partial u_y/\partial x)+u_y(\partial u_y/\partial y)=(-\partial p/\partial y)/\rho+\partial[\mu_T(\partial u_y/\partial x)]/\partial x+\partial[\mu_T(\partial u_y/\partial y)]/\partial y+g_y(\rho-\rho_r)/\rho+Su_y \quad (1.133)$$

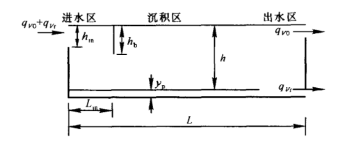


图 1.12　例 1.6 二沉池断面示意图

式中，μ_T 为涡流粘度，与湍流动能 k 和动能耗散 ε 有关；ρ 是流体混合物密度，ρ_r 是清水密度，Su_x、Su_y 为源项：

$$Su_x = \partial[\mu_T(\partial u_x/\partial x)]/\partial x + \partial[\mu_T(\partial u_y/\partial x)]/\partial y \tag{1.134}$$

$$Su_y = \partial[\mu_T(\partial u_x/\partial y)]/\partial x + \partial[\mu_T(\partial u_y/\partial y)]/\partial y \tag{1.135}$$

流体混合物密度 $\rho = \rho_r + \rho_s(1 - S_s^{-1})$，式中，$\rho_s$ 是悬浮固体浓度，S_s 是固体颗粒密度。

式(1.132)、(1.133)分别与式(1.134)、(1.135)相加，即为式(1.71)、(1.72)，但层流粘度项 μ_L 和湍流动能 k 及动能耗散 ε 对流体体元动量变化的贡献被忽略。

2. 连续方程　由于 ρ 是一个常量，$\partial\rho/\partial t = 0$，可得：

$$\partial u_x/\partial x + \partial u_y/\partial y = 0 \tag{1.136}$$

3. 悬浮固体守恒方程

$$\partial\rho_s/\partial t + u_x(\partial\rho_s/\partial x) + u_y(\partial\rho_s/\partial y) = \partial[\nu_x(\partial\rho_s/\partial x)]/\partial x + \partial[\nu_y(\partial\rho_s/\partial y) + v_s\rho_s]/\partial y \tag{1.137}$$

式中，v_s 是悬浮固体沉降速率，ν_x、ν_y 是 x 方向及 y 方向湍流质量扩散度：

$$\nu_x = \mu_T/\sigma_s, \quad \nu_y = \mu_T/\sigma_y$$

系数 σ_s 和 σ_y 在二沉池大部分区域为 1.0，靠近池底部($y/h \leqslant 0.2$)σ_y 为 0.5。

4. 湍流动能方程

$$\partial\rho k_x/\partial t + \partial[\rho u_x k - (\mu_T/\sigma_k)(\partial k/\partial x)]/\partial x + \partial[\rho u_y k - (\mu_T/\sigma_k)(\partial k/\partial y)]/\partial y = \mu_T\{2[(\partial u_x/\partial x)^2 + (\partial u_y/\partial y)^2] + [(\partial u_y/\partial x) + (\partial u_x/\partial y)]^2\} - \rho g \tag{1.138}$$

5. 湍流动能耗散方程

$$\partial(\rho\varepsilon)/\partial t + \partial[\rho u_x\varepsilon - (\mu_T/\sigma_\varepsilon)(\partial\varepsilon/\partial x)]/\partial x + \partial[\rho u_y\varepsilon - (\mu_T/\sigma_\varepsilon)(\partial\varepsilon/\partial y)]/\partial y = c_1(\varepsilon/k)\mu_T\{2[(\partial u_x/\partial x)^2 + (\partial u_y/\partial y)^2] + [(\partial u_y/\partial x) + (\partial u_x/\partial y)]^2\} - c_2\rho\varepsilon^2/k \tag{1.139}$$

第二步，列出二沉池流态计算边界条件：

1. 池底固液界面处　若$(\rho_s-\rho_p)/\rho_p+(v_s-v_p)(\nu_y/\Delta y)>0$，悬浮固体产生沉积作用；若$(\rho_s-\rho_p)/\rho_p+(v_s-v_p)(\nu_y/\Delta y)\leqslant 0$，沉积层产生冲刷作用（再悬浮）。

式中，v_p 是池底固液界面上及沉积层 y_p 内固体垂直沉降速度，其他符号含义见下图。湍流动能 k、湍流动能耗散速率 ε、水平流速 u_x 及垂直流速 u_y 的值从固液界面到池底成对数分布。

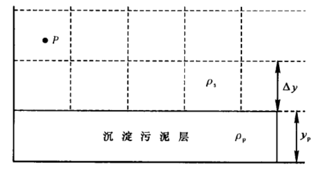


图 1.13　例 1.6 符号含义示意图

2. 进水口　流体水平流速为 $u_{x,o}$，垂直流速 $u_y=0$；湍流动能 $k=0.2u_{x,o}^2$；湍流动能耗散 $\varepsilon=3.65k^{1.5}/h_{in}$；悬浮固体浓度 $\rho_s=\rho_{so}$。

3. 水面　流体水平流速 u_x 法向梯度为 0，湍流动能 k 的法向梯度为 0，流体垂直流速 $u_y=0$；湍流动能耗散 $\varepsilon=2.33k^{1.5}/h$；悬浮固体浓度$\partial\rho_s/\partial y=(v_s/\nu_y)\rho_s$。

4. 出水口　流体水平流速 u_x、垂直流速 u_y、湍流动能 k、湍流动能耗散 ε 及悬浮固体浓度ρ_s 均根据计算结果确定。

5. 池壁及缓冲板　流体水平流速 $u_x=0$，垂直流速 $u_y=0$，湍流动能产生速率＝湍流动能耗散速率，悬浮固体浓度$\partial\rho_s/\partial x=0$，$\partial\rho_s/\partial y=0$。池壁或缓冲板产生的应力 $\tau_0=0.048\rho\Delta u\, k^{0.5}$。

第三步，给出二沉池物理参数及流态计算用初值：

根据某污水处理厂二沉池的物理参数，采用 $q_{V_t}=q_{V0}+q_{V_r}=2.50\ \mathrm{m^3/(hm^2)}$，RAS＝0.26，$h=3.0$ m，$L=30$ m，$L_{in}/h=1.0$，$h_b/h=0.5$，$v_0=30$ m/h，$\rho_{in}=841$ mg/L。

流体水平流速 $u_x=0$，垂直流速 $u_y=0$，悬浮固体浓度 $\rho_s=\rho_{min}$，即出水可达到的最小悬浮固体浓度，湍流动能 k 及湍流动能耗散 ε 均取一个小的数值。

方程(1.92)中的参数为：$r_h=0.000\,5$，$r_p=0.015$，$\rho_{min}=0.002\rho_{in}$

第四步，建立网格，进行计算：

网格采用三种类型，使计算精度逐渐提高：12×24，12×42，24×42。计算使用 SIMPLE 方法。

第五步，计算结果显示：

1. 速度场　当流体中固体颗粒浓度为 0 时，二沉池进水水平进入池体，冲撞到缓冲板上产生能量耗散，然后转换方向向下流动，大部分从缓冲板下方以 1.5 cm/s 左右的速率朝出水口方向流动，少部分朝进水口以小于 0.5 cm/s 的速率回流，形成进水口下方的涡流区。从缓冲板下方朝出水口方向流动的流体的速率随时间逐渐减小，由 1.5 cm/s 下降到 1.0 cm/s 左右，在出水口附近则降到 0.5 cm/s 以下。在缓冲板右侧由于缓冲板下方流体朝前偏上方向的流动，挤压部分流体朝缓冲板方向流动，在缓冲板右侧形成又一个涡流区。在出水口下方，部分流体随沉降污泥一起流出，速率小于 0.3 cm/s。

上述流体在二沉池中的速度分布可以用两种图形表示。一种是用箭头的位置与长短来表示二沉池内某点的流体速率，如图 1.14(a)所示。

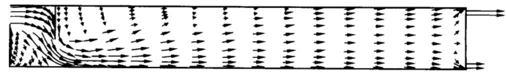


图 1.14(a)　二沉池流体(固体颗粒浓度为 0)流速分布箭头示意图

在该图中，1 cm 长的箭头约相应于 2.0 cm/s 的流体速率。还有一种是用流体流速的等速线来表示二沉池内的速度场，等速线的箭头方向表示流体流动的方向，如图 1.14(b)所示。

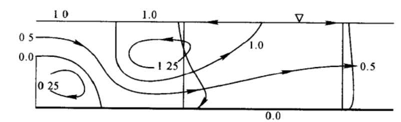


图 1.14(b)　二沉池流体流速等值线图(固体颗粒浓度为 0.0 mg/L)

在该图中，相应于流体速率为 0.0 cm/s、0.25 cm/s、0.5 cm/s、1.0 cm/s、1.25 cm/s 的等值线被标绘。

但是，当流体中固体颗粒浓度由 0 变为 841 mg/L 时，流体在二沉池中的速度场会发生很大变化。图 1.15(a)和图 1.15(b)分别为固体颗粒浓度为 841 mg/L时的箭头表示流体流速分布示意图和流体流速等高线图。由图可见，由于流体密度大，流体在进入二沉池入口后，未接触到缓冲板即转变方向，直接

下降冲撞池底，形成与固体颗粒浓度为 0 的流体相差较大的速度场。

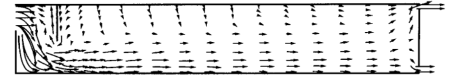


图 1.15(a)　二沉池流体(固体颗粒浓度为 841 mg/L)流速分布箭头示意图

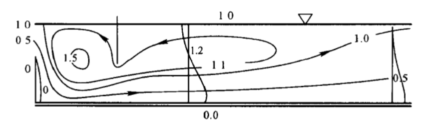


图 1.15(b)　二沉池流体流速等值线图(固体颗粒浓度为 841 mg/L)

2. 固体颗粒浓度场　图 1.16 是二沉池固体颗粒浓度分布计算结果与实测结果的比较。纵坐标用 y/h 表示，例如，当 $y/h=0.8$ 时，表示计算网格或采样点到池底的距离是池高的 0.8 倍。横坐标用 x/h 表示计算网格或采样点位置，用 ρ_s/ρ_{s0} 表示计算网格或采样点的固体颗粒浓度与进水固体颗粒浓度的比值。例如，当 $x/h=4.00$ 时，计算网格或采样点的位置到进水口的距离为池高的 4 倍，当 $\rho_s/\rho_{s0}=1.0$ 时，计算网格或采样点的固体颗粒浓度与进水固体颗粒浓度相同。由图可见，在二沉池中任一垂直截面上，越靠近池底，固体颗粒浓度越大；在相同高度处，越靠近出水口，固体颗粒浓度越低。同时也可看出，网格计算的结果与实测结果大体相同。

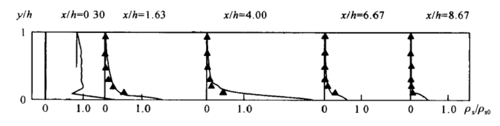


图 1.16　二沉池固体颗粒浓度分布计算结果(实线)与实测结果(▲)的比较

第二章　过程控制

环境工程的过程控制,即过程的自动控制,主要目标有三个:一要抑制外部扰动对污染物处理过程的影响;二要确保过程的稳定性;三要使过程的经济指标最优化。

对污染物处理过程的外部扰动,主要来自两个方面:一是过程输入信号的变化。例如,对于活性污泥过程的曝气池而言,进水水量、水质的变化,会对处理过程产生影响,是处理过程的输入信号。活性污泥过程的废弃污泥量,虽然在物质流动上是过程的输出量,但从对曝气池内各组分浓度的影响角度看也是过程的输入信号。另一个方面是过程设定值的变化。例如,若曝气池的 DO 浓度设定值从 2.0 mg/L 变化到 2.4 mg/L,此时曝气池内有关组分的浓度也会发生变化。废弃物处理过程的外部扰动,可以通过过程控制来缓解。缓解过程输入信号变化所产生扰动的控制系统,称为自动调节系统;缓解设定值变化所产生扰动的控制系统,称为随动控制系统。

有的工艺过程必须在某一条件下进行,而在该条件下过程本身是不稳定的,此时就可以在过程中添加控制系统,以确保过程在该条件下能正常运行。例如,有一夹套冷却反应器,反应为放热反应,释放的热量值与反应器温度成非线性关系,冷却水吸收的热量值与温度成线性关系,如图 2.1 所示。

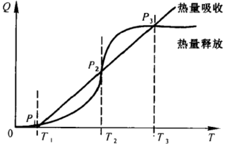


图 2.1　反应器内释放及吸收的热量值 Q 与反应器温度 T 的关系

在工作点 P_2,当温度由于某种原因上升或下降到达新的工作点时,由于在新的工作点吸热量与放热量的关系会使过程的工作点继续上升或下降,直到达到 P_3 点或 P_1 点为止,因此 P_2 点为不稳定点。为了使过程在 P_2 点稳定工作,可以使用控制装置。当温度下降时,控制系统减少冷却水用量,以减少冷却水的吸热量;当温度上升时,控制系统增加冷却水用量,以增加冷却水的吸热量。

工业生产必须考虑经济效益,废弃物的处理过程也不例外。例如,在活性污泥过程中,有多点进水和渐减曝气的工艺,目的在于减少能耗,降低成本。使用控制系统,可以顺利实现这一目标,达到在经济上优化的目的。

第一节 反馈控制

在废弃物的处理过程中，要抑制外部扰动对处理过程的影响，确保过程的稳定性，并使过程的经济指标优化，目前最普遍使用的方法是所谓的反馈控制，即当对过程的扰动已经发生并产生后果以后，根据后果的大小和方向来确定控制的方案。

反馈控制系统一般由受控对象即受控过程、检测器、变送器、控制器及执行器所组成。图 2.2 是反馈控制系统的控制回路示意图。

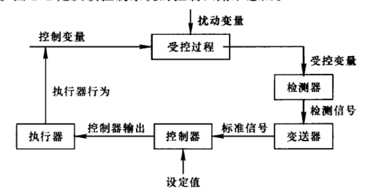


图 2.2 反馈控制系统的控制回路示意图

若受控过程为废水生物处理中的曝气过程，受控变量是溶解氧 DO，则可用 DO 探头作为检测器，获得曝气池内 DO 的数值作为检测信号。该检测信号经变送器转换成标准信号（如 0～10 mA 电流、1～5 V 电压、0.02～0.1 MPa 气压），然后送入控制器与所设定的 DO 数值的标准信号进行比较。若送入的标准信号与设定值有偏差，则控制器会根据偏差的大小利用已存入的控制规律计算出控制器的输出值。该输出值进入执行器，使执行器如空气控制阀产生一定的动作，改变阀门开启的大小，使控制变量即曝气池的空气输入量产生变化，由此使曝气池内的受控变量即 DO 值产生相应的变化。

在反馈控制中，比例控制（P）、积分控制（I）、微分控制（D）及它们之间的组合（PI、PD、PID）是最基本的控制规律。

一、比例控制

所谓比例控制，即 P（Proportional）控制，就是过程的控制变量或控制器输出的大小，与过程受扰动产生的后果成正比。具体说，就是和受控变量与设定值之

间偏差的大小成正比。偏差越大，则控制器的输出值越大，执行器的动作范围也越大，控制变量的变化值也越大。偏差为正值时，控制器的输出能使控制变量朝消除偏差的方向移动；偏差为负值时，控制器的输出方向相反，但其效果同样使控制变量朝消除偏差的方向移动。

若反应器压力 p 为控制器的实际输出值，p_0 为偏差为 0 时刻的输出值，k_C 为比例增益常数，ε 为偏差值，则比例控制作用的输出 Δp 为：

$$\Delta p = p - p_0 = k_C \varepsilon \tag{2.1}$$

在过程控制中，常用比例度 δ 来表示比例控制的强弱程度：

$$\delta = \{[\varepsilon/(Z_{max} - Z_{min})]/[\Delta p/(p_{max} - p_{min})]\}100\% \tag{2.2}$$

式中，Z_{max}、Z_{min} 分别为控制器所允许的输入信号的最大值与最小值，p_{max}、p_{min} 分别为控制器所能给出的输出信号的最大值与最小值。

根据式(2.2)，比例度 δ 可理解为使控制器输出信号作表头全范围变化时，输入信号必须改变表头全量程的百分之几。

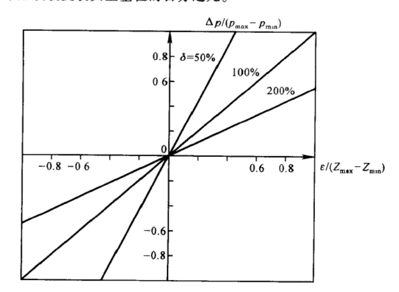


图 2.3 控制器比例度 δ 变化对控制器输出的影响

图 2.3 是控制器比例度 δ 变化对控制器输出的影响示意图。由图可知，只有在比例度 $\delta = 100\%$ 时，输入信号在表头正负全量程之间变化，才能使输出信号的变化全部处在表头正负全量程之间。当比例度 $\delta = \pm 50\%$ 时，输入信号接近表头正向量程的 $\pm 42\%$ 左右即使输出达到饱和。当比例度 $\delta = \pm 200\%$ 时，输入信号达到表头正负满量程时，输出信号仅为表头满量程的 $\pm 50\%$ 左右。这表明，在比例度 $\delta \neq 100\%$ 时，控制器的输入信号和输出之间只有在一定范围内才

成比例关系。

比例控制作用的特点之一，是控制器对受控变量的偏差立即作出反应，不存在滞后。如果输入作正弦波变化，输出则也为正弦波，且无相位差（或相位差为180°，由输入输出之间的数值关系确定）。须注意的是，由于受控过程是由多个部分所组成，因而包括比例控制器在内的整个过程，对于外界的扰动的响应，仍可能存在时间滞后现象。

比例控制作用的另一特点，是存在余差，即受控变量在受到外界扰动后不能完全恢复到原来的设定值。若活性污泥过程的曝气池内DO浓度与供气阀门的开启度 K 成线性关系（如图2.4所示）

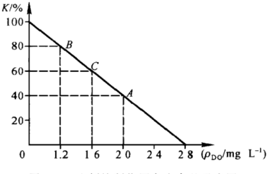


图2.4 比例控制作用存在余差示意图

DO的设定值为2.0 mg/L，供气阀门开启度为40%（A 点）。现在由于某种原因（如进水BOD增加一倍）DO浓度降至1.2 mg/L。此时开启比例控制装置，受控变量0.8 mg/L的偏差使空气供给阀门开启度沿图2.4的直线上升，如增加到80%（B 点）。由于空气供给量增加，曝气池内DO浓度上升，使受控变量DO浓度的偏差值下降，导致空气供给阀门开启度逐渐变小。当DO浓度上升到一定程度，如1.6 mg/L，阀门的开启度则减小到一定程度，如60%（C 点）。此时，相对于40%的初始值阀门开启度仍有20%的增加量。由于有0.4 mg/L的DO浓度偏差，比例控制作用继续起作用，企图使阀门在40%初始开启度的基础上开度增加；但此时阀门开启度已经达到60%，DO浓度值的上升使DO浓度偏差减小，使阀门在40%初始开启度的基础上开度增加的企图减弱。这样，阀门将在两个相反方向的作用下处于平衡状态，曝气池的DO浓度则将保持在1.6 mg/L，而不是2.0 mg/L，形成余差。

在基本控制规律中，比例控制是应用最为广泛的控制规律。具体说，比例控制器适用于负荷变化小、过程纯滞后不大、时间常数较大而又允许余差存在的控制系统中，如储槽的液位控制及要求不高的压力控制中。

二、积分控制

所谓积分控制，即 I(Integral)控制，是指过程的控制变量或控制器输出的大小，与过程受扰动的时间成正比。具体说，就是和受控变量与设定值之间偏差存在的时间长短成正比。时间越长，则积分控制器的输出值越大，执行器的动作范围也越大，控制变量的变化值也越大。这一过程要达到积分控制器的极限输出为止。因此，相比于比例控制作用存在余差的情况，积分控制作用具有消除余差的性质。

若反应器压力 p 为积分控制器的实际输出值，p_0 为 0 时刻的输出值，K_I 为积分增益常数，ε 为偏差值，则积分控制作用的输出 Δp 为：

$$\Delta p = p - p_0 = K_I \int_0^t \varepsilon \mathrm{d}t \tag{2.3}$$

积分控制作用一般不能在控制中单独使用，因为控制器的输出要有一段时间的积分才能达到一定数值，以驱动执行器产生动作，因而其控制作用滞后于偏差，不能及时消除外界扰动的影响。由于比例控制具有与偏差同步的性质，只要出现偏差，比例控制能即刻起作用，因此将比例控制与积分控制联合使用，可以避免积分控制对偏差存在反应时间滞后的弱点。

图 2.5 是在控制器输入产生阶跃变化($t < t_0$ 时，$\varepsilon = \varepsilon_0$；$t \geqslant t_0$ 时，$\varepsilon = \varepsilon_0 + A$)时(图 2.5(a))输出的变化情况。由图可知，比例控制的响应是瞬时的，但有余差(图 2.5(b))；积分控制的响应是滞后的，但无余差(图 2.5(c))；比例积分控制的响应是先由比例控制起作用，产生瞬时变化，然后由积分作用产生渐进变化(图 2.5(d))。

若 p 为比例积分控制器的实际输出值，p_0 为偏差为 0 时刻的输出值，则比例积分控制作用的输出为：

$$\Delta p = p - p_0 = K_C \varepsilon + K_I \int_0^t \varepsilon \mathrm{d}t = \Delta p_P + \Delta p_I \tag{2.4}$$

令 $T_I = K_C / K_I$，称为积分时间，则 $\Delta p = p - p_0 = K_C[\varepsilon + (1/T_I)\int_0^t \varepsilon \mathrm{d}t]$。当 $\varepsilon = A$，$t = T_I$ 时，$(1/T_I)\int_0^t A \mathrm{d}t = A$，得 $\Delta p_P = \Delta p_I$，因此积分时间是当控制器输入作阶跃变化时，积分控制作用数值 Δp_I 达到比例控制作用数值 Δp_P 时所需要的时间。积分时间越短，积分段响应线斜率越大，积分作用越强。

比例控制中引入积分作用的目的，主要是消除比例控制中的余差。但积分控制作用也有其潜在问题，这就是所谓积分饱和。

图 2.6 是比例积分控制器积分饱和示意图。设控制器的输入为曝气池 DO 浓度偏差量，输出为供气阀门开启度大小。如图 2.6(a)所示，输入在 t_0 产生偏

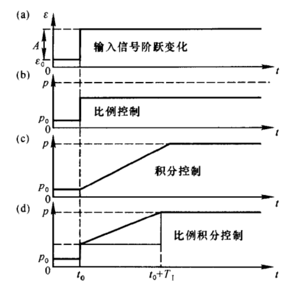


图 2.5 控制器输入阶跃变化时不同控制规律下的输出情况

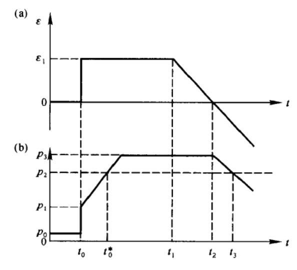


图 2.6 比例积分控制作用积分饱和示意图

差阶跃变化(DO 浓度下降),到 t_1 偏差开始变小,到 t_2 偏差改变方向。控制器的输出(见图 2.6(b))即阀门开启度则在 t_0 通过比例控制达到 p_1,又通过积分作用在 t_0^* 达到 p_2。由于向曝气池供气与曝气池 DO 浓度上升之间需要一段时间,因而尽管在 p_2 值,阀门开启度已可提供足够的空气,但曝气池 DO 浓度并未达到设定值,偏差仍然存在。这样,积分控制由于对时间的积分输出反而加大,

使阀门进一步开大，一直达到阀门开启的上限值。曝气池DO浓度偏差从 t_1 开始变小，到 t_2 达到0。这一期间，由于偏差继续存在，积分控制作用使输出继续加大，使阀门开启度仍然停留在上限位置。由于阀门处在开启度上限位置，尽管曝气池DO浓度偏差已下降为0，空气仍被大量供入池内。结果，DO浓度上升，形成负偏差。此时，积分控制开始反向，阀门开启度开始变小，到达 t_3 阀门开启度才降到 p_2 值以下。

由以上分析可知，从 t_0^* 到 t_3，由于有积分控制作用，使控制器的输出超过了纠正输入偏差所需要的输出值。这种现象被称为积分饱和。

比例积分控制器适用于过程纯滞后不大、时间常数也不大、不允许有余差存在的控制系统中。

三、微分控制

所谓微分控制，即D(Derivative)控制，就是过程的控制变量或控制器输出的大小与受控变量与设定值之间偏差的变化速度成正比。受控变量与设定值之间偏差变化的速度越快，则微分控制器的输出值越大，执行器的动作范围也越大，控制变量的变化值也越大。

若反应器压力 p 为微分控制器的实际输出值，p_0 为偏差为0时刻的输出值，K_D 为微分增益常数，ε 为偏差值，则微分控制作用的输出为：

$$\Delta p = p - p_0 = K_D(\mathrm{d}\varepsilon/\mathrm{d}t) \tag{2.5}$$

由上式可知，当受控变量与设定值之间有偏差但偏差的变化为0时，微分控制器的输出为0。例如，当输入即偏差信号为阶跃变化时如图2.7(a)所示，微分控制器的输出在理论上是一个幅度无穷大、脉宽趋于0的尖脉冲，如图2.7(b)。

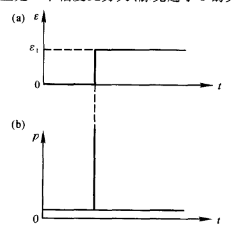


图2.7 微分控制器对阶跃输入的理论响应

因此，微分控制器不能单独使用，一般要与比例控制或比例积分控制结合在一起使用。

比例微分(PD)控制器输入输出关系式为：

$$\Delta p = p - p_0 = K_C\varepsilon + K_D(d\varepsilon/dt) = \Delta p_P + \Delta p_D \tag{2.6}$$

定义微分时间 $T_D = K_P/K_D$，则式(2.6)可写成：

$$\Delta p = p - p_0 = K_P[\varepsilon + T_D(d\varepsilon/dt)] \tag{2.7}$$

在受控变量与设定值之间的偏差为阶跃函数时如图 2.8(a)所示，比例微分控制器中的比例控制部分的输出为阶跃函数，而微分控制部分的输出为脉冲函数。该脉冲函数在理论上应该是一个尖脉冲，但由于微分控制作用执行电路元器件的局限性，实际输出是有一定宽度的脉冲，如图 2.8(b)所示。

如图 2.9(a)所示，在受控变量与设定值之间的偏差为斜坡函数时，比例微分控制器中的比例控制部分的输出为斜坡函数；微分控制部分相应于输入变化初始点的输出为脉冲函数，当输入成斜坡上升时微分输出则为 0，如图 2.9(b)所示。

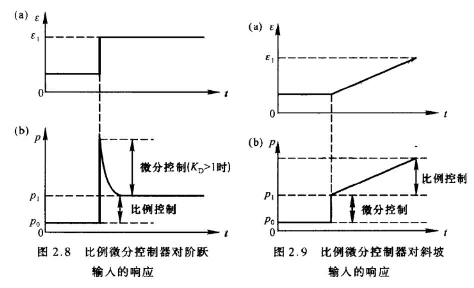


图 2.8　比例微分控制器对阶跃输入的响应

图 2.9　比例微分控制器对斜坡输入的响应

比例积分微分(PID)控制器输入输出关系式为：

$$\Delta p = p - p_0 = K_C\varepsilon + K_I\int_0^t \varepsilon dt + K_D(d\varepsilon/dt) = \Delta p_C + \Delta p_I + \Delta p_D \tag{2.8}$$

或

$$\Delta p = p - p_0 = K_C[\varepsilon + (1/T_I)\int_0^t \varepsilon dt + T_D(d\varepsilon/dt)] \tag{2.9}$$

在幅度为 A 的阶跃偏差作用下，PID 控制器的输出可看成是 P、I、D 三种不同控制作用的组合结果。图 2.10(a)显示输入信号作振幅为 A 的阶跃变化；图 2.10(b)显示 PID 中的比例控制部分作阶跃输出；图 2.10(c)显示 PID 中的积分

控制部分作斜坡输出；图 2.10(d)显示 PID 中的微分控制部分作脉冲输出；图 2.10(e)显示 PID 各部分作用的综合输出结果。

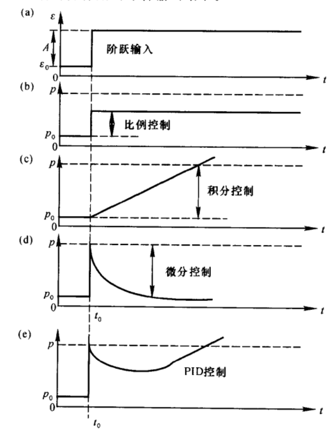


图 2.10 PID 控制器在偏差阶跃变化时的输出情况

在反馈控制中，从控制变量发生作用开始，到受控变量达到新的平衡值为止，是需要时间的。这一时间，包含纯滞后时间和由旧稳态到新稳态的过渡时间两部分。

仍以曝气池的 DO 浓度控制为例。当曝气池进水的 BOD 增加一倍时，出水 DO 浓度的数值就会下降，从而与 DO 浓度的设定值产生偏差。控制器于是给出指令，增加空气的进给量。由于曝气池有一定体积，因此自曝气池开始增加空气进给量，到检测器测出出水 DO 浓度值开始上升，要有一段时间。这段时间称为死时间或纯滞后。同样由于曝气池有一定体积，要经过一段时间空气进给量的增加，出水的 DO 浓度才能达到一个新的稳态值。这段时间称为由旧稳态到新稳态的过渡时间。过渡时间的 63.2% 被定义为过程的时间常数。图 2.11 为受控变量响应的纯滞后和过程的时间常数示意图。

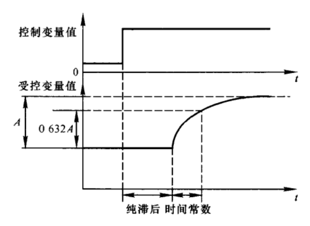


图 2.11　受控变量响应的纯滞后和过程的时间常数示意图

第二节　自动化仪表

过程控制中的检测器、变送器、控制器及执行器可统称为自动化仪表，是实现过程控制必不可少的组成部分。

一、控制器

控制器又称调节器，是实现控制规律的核心器件，可以是模拟式调节器，也可以是数字式调节器。

1. 模拟式调节器

模拟式调节器是一个主要由电阻和电容等元件组成的网络，可根据受控变量的设定值和测量值的偏差的标准信号模拟 P、PI、PD 或 PID 运算，并将运算结果送到执行器，实现过程控制。

DTL－121 型电动控制器是一种模拟式调节器，主要由输入电路、自激振荡调制式直流放大器、隔离电路、PID 运算反馈电路及手动操作电路等部分组成，各部分之间的联系如图 2.12 所示。

该控制器工作时，由变送器送来的 0～10 mA 直流电流 I_i 在输入回路内经 200 Ω 电阻转换成 0～2 V 直流电压，在与给定电压(内给定或外给定)进行比较后得到偏差信号。该偏差信号 e 与反馈信号 U_f 叠加后，由自激调制式直流放大器调制成交流信号，并经三级电压放大，由输出变压器送至检波功率放大，然后经 RC 滤波电路去掉交流分量，产生 0～10 mA 的直流信号，作为调节器的输

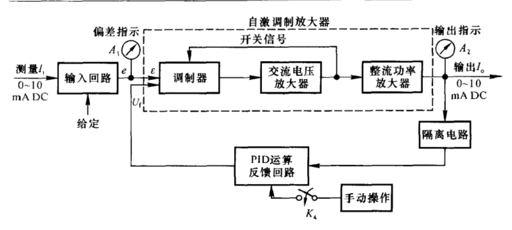


图 2.12　DTL－12 型电动调节器的工作原理

出电流 I_o，同时检波放大器输出的交流分量经隔离变压器感应到次级，经整流、滤波后，使反馈运算电路的输入端获得一个与输出直流相对应的 0～10 V 的直流反馈电压，经 PID 运算后反馈到自激调制式直流放大器的输入端与偏差信号 e 叠加，使整机输出一个对偏差 e 进行连续作用的 PID 直流电流控制信号。

DTL－121 型控制器的主要技术为：输入信号 0～10 mA DC，输出信号 0～10 mA DC，负载电阻 0～3 kΩ，积分增益 $K_I \geqslant 180$，微分增益 $K_D = 5$，比例度 $\delta = 1\% \sim 200\%$，积分时间 $T_I = 6$ s～25 min，微分时间 $T_D = 3$ s～5 min，精度＝0.5 级。

（1）输入回路　输入回路如图 2.13 所示。

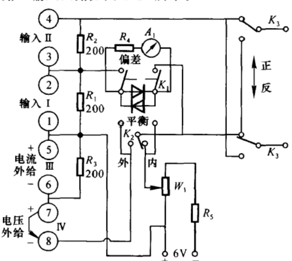


图 2.13　DTL－121 型电动调节器输入回路示意图

Ⅰ为主输入通道，Ⅱ为辅助通道。主通道接受 0～10 mA 直流电流输入，经电阻 R_1(200 Ω)转换成 0～2 V 直流电压。这个测量转换电压与给定电压串联相比较，产生的偏差信号由偏差电流表 A_1 指示。内给定电压信号为 0～2 V 直流电压，该电压由晶体管稳压电源经电阻 R_5 分压提供源电压，再经调节多圈电位器 W_1 得到。通道Ⅲ和通道Ⅳ分别为电流外给定和电压外给定通道。当定值选择开关 K_2 拨向“外”时，给定值采用 0～2 V 直流电压的外给定形式。在不采用电压外给定时，应把这一通道输入端短接。

开关 K_1 用来切换电流表 A_1 的不同测量信号。当 K_1 置于“偏差”位置时，表 A_1 指示被控变量与给定值的“偏差”信号。若 A_1 置于“平衡”位置时，表 A_1 则指示内、外给定信号之差。这样在实现内、外给定切换时，用 A_1 检查它们是否相等，以实现调节器内外给定方式的无扰动切换。

正反作用切换开关 K_3 用来选择控制器正反作用方向，以满足不同控制系统的需要。当 K_3 置于“正”时，控制器输出随偏差增大而增大；置于“反”时，输出随偏差增大而减小。

(2) 放大电路　放大电路是一个自激调制式直流放大器，主要由调制器、交流电压放大器和整流功率放大器组成，如图 2.14 所示。它的作用是将输入回路送来的偏差信号 e 和运算反馈电路的反馈信号 U_f 叠加得到 ε 信号进行放大，以得到 0～10 mA 的直流电流控制输出信号。

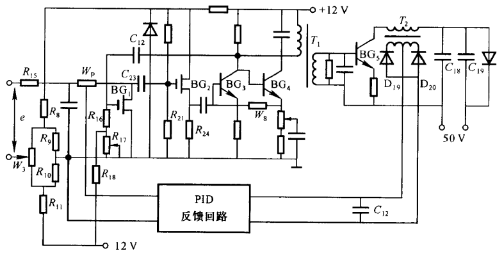


图 2.14　DTL－121 型电动调节器放大电路示意图

在自激调制放大器的输入端接入由电位器 W_3 及电阻 R_8、R_9、R_{10}、R_{11} 组成的调零电路，以保证放大器有合适的起始工作点，在偏差信号为零时，能处于

正常工作状态。调节电位器 W_3 可使调零信号电压在一定范围内变化。

(3) PID运算反馈电路 PID运算反馈电路是实现PID控制作用的关键环节。为了便于分析，把PID反馈运算电路与输入电路及调制电路联系起来，如图2.15所示。

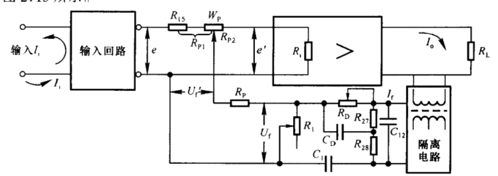


图2.15 PID运算反馈电路

1) 比例控制规律输出 把积分时间 T_I 置∞(即图2.15中 C_I 短接，R_I 开路)、微分时间 T_D 置0(即图2.15中 C_D 开路，R_D 短接)，则控制器为比例调节作用输出，如图2.16所示。

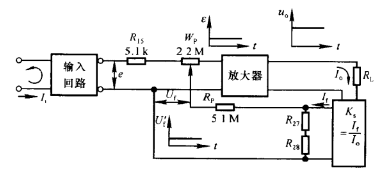


图2.16 比例调节作用输出

在偏差输入 e 阶跃变化时，输出信号经放大后立即反馈到PID反馈电路的输入端，此时只有 R_{27}、R_{28} 两端电压经 R_P 分压后，得到 W_P 上的反馈电压。该反馈电压在输入端与偏差信号叠加产生 ε 信号，ε 信号再进入放大器，产生与输入成比例的直流输出信号。调节电位器 W_P 值可改变比例度，当 W_P 右移时，负反馈电压增大，整机增益减小，比例度增大，比例调节作用减弱。

2) 比例积分控制 把微分时间 T_D 置0(即图2.15中 C_D 开路，R_D 短接)，则调节器变为比例积分输出，如图2.17所示。

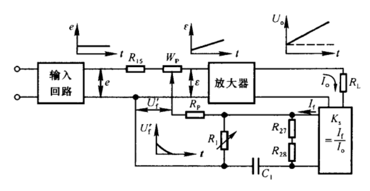


图 2.17　比例积分调节作用输出

当输入信号 I_i 阶跃变化时，由于开始 C_I 两端电压不能突变，可视为短路，控制器为比例规律输出。在 $t>0$ 时，随着 C_I 充电，从 RC 组成的微分电路的电阻 R_I 两端输出的反馈电压 U_f 逐渐减小，与偏差信号 e 叠加后得到的 ε 逐渐增大，经放大后控制器输出也随时间而增大，形成 PI 控制规律输出。只有当偏差完全消失，积分作用才会停止，因而可以保证消除余差。改变 R_I（或 C_I）大小可改变积分时间大小。R_I（或 C_I）增大时，T_I 增大，积分作用减弱，反之亦然。

3）PD 控制规律输出　把积分时间 T_I 置 ∞（即图 2.15 中 C_I 短接，R_I 开路），则控制器为比例微分作用输出，如图 2.18 所示。

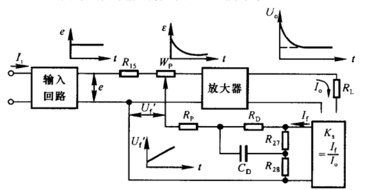


图 2.18　比例微分调节作用输出

当阶跃输入开始瞬间，C_D 两端因电压不能突变形成短路，使 R_{27} 被短接，反馈到输入端的电压仅是 R_{28} 上很小的电压，约为原来电阻 R_{27} 和 R_{28} 上电压的 1/5。此时控制器输出增大，约为原比例作用输出的 5 倍（$K_D=5$）。这是比例微分控制的瞬间跳变。在 $t>0$ 后，C_D 两端电压随时间增加，从 R_DC_D 组成的积分电路的电容 C_D 两端输出的电压随时间逐渐增大，反馈电压 U_f 也随时间逐渐

增大，与偏差信号 e 叠加后得到的信号 ε 则逐渐减小，因此控制器的输出也随时间逐渐减小，从而形成 PD 控制规律输出。当 $t\to\infty$ 时，C_D 充电完毕，微分作用结束，R_{27} 和 R_{28} 上的电压全部反馈到输入端，此时与比例控制器的输出相同。

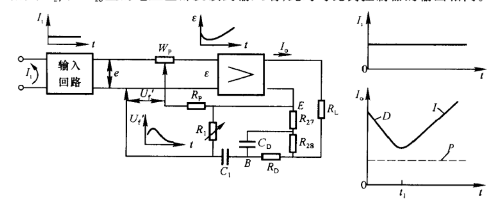


图 2.19 控制器 PID 控制作用输出

整个 PID 控制规律输出是 P、PD、PI 三个控制规律的总和。在 $t=0$ 时，C_I、C_D 两端电压不能突变，相当于短路，此时只有 R_{28} 两端电压反馈，输出为 $K_D=5$ 的微分控制信号。在 $t>0$ 后，C_I、C_D 开始充电，由于 $T_D<T_I$，C_D 充电快，反馈电压逐渐增大，速度快于 C_I 上的电压增加。在 $t<t_1$ 时，控制器输出为微分控制输出；在 $t>t_1$ 后，C_D 充电结束，微分作用结束，而 C_I 继续充电，C_I 两端电压增大，反馈电压 U_f 减小，控制器输出为积分控制输出，直至消除余差。控制器整个 PID 控制规律如图 2.19 所示，DTL－121 型电动调节器整机线路原理可见图 2.20。

2．数字式调节器

数字式调节器和模拟式调节器一样，也可进行 PID 模拟运算，但数字式调节器不是使用电阻、电容来模拟，而是利用储存在调节器内的程序来进行数字运算。数字式调节器也称单回路调节器或可编程调节器。

数字式调节器内部结构与微机相类似，由以下部件构成：

(1) 中央处理器(CPU)：包括运算器、控制器、时钟发生器；

(2) 只读存储器(ROM)：包括系统程序和基本程序(如 PID 算法)；

(3) 可擦可编程存储器(EPROM)：由用户编写，内容为一个控制指令表；

(4) 随机存取存储器(RAM)：存储中间数据及运算结果；

(5) A/D 或 D/A 转换及 I/O 接口：用于数字量和模拟量转换；

(6) 数据设定器：用于设定控制、运算所需参数；

(7) 监视定时器(WDT)：执行自检功能；

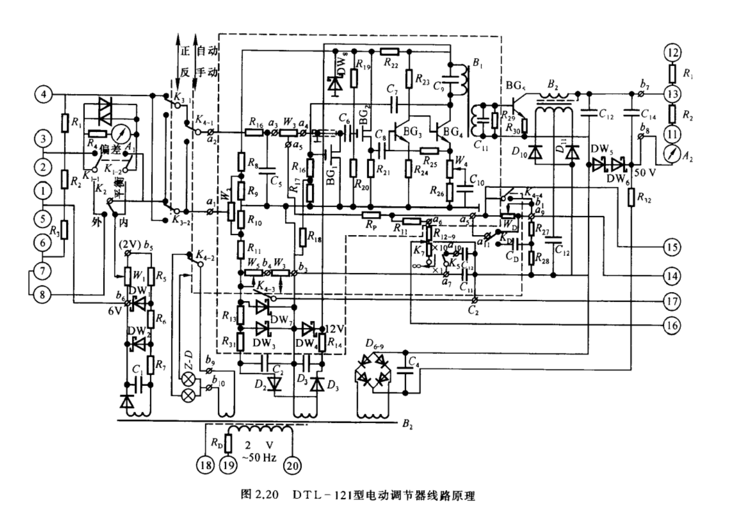


图 2.20　DTL－121型电动调节器线路原理

(8) 总线和接口板组成:包括地址总线、数据总线和控制总线。

数字式调节器工作原理如图 2.21 所示。从变送器输出的模拟信号进入调节器后,先进行输入滤波,然后经多路开关及 A/D 转换后,化为数字量,存储于 RAM 的输入寄存器内。若输入的是数字信号,则信号只需经滤波和整形,即可通过 I/O D2 直接进入 RAM 的输入寄存器。然后,CPU 按照用户在 EPROM 中给定的程序(指令表),从系统 ROM 中依次读出有关的输入处理子程序和运算程序,同时从 RAM 和用户 EPROM 中读出各种数据,实现各种输入处理和运算。如果运算结果没有溢出,即作为存储单元的输入,并将该单元的数据更新。若数据溢出,存储单元保留上一次的运算结果,并进行报警。输出寄存器的数据,经 D/A 转换和输出保持电路之后,经电压电流转换成 4~20 mA 的直流信号输出,送往现场执行机构。

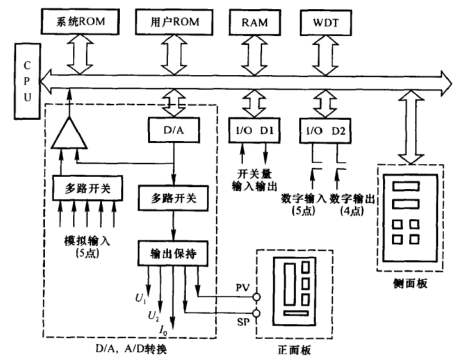


图 2.21 数字式调节器工作原理示意图

数字式调节器的特点是:(1) 功能丰富 各种型号均具有较强的运算控制功能,大多有数十种运算公式,可以灵活组态,并具有多个输入,因而可实现各种复杂的控制算法。同时,具有良好的通讯功能,可通过数据总线和上位机或操作台联系;(2) 适应性强 在操作方法上与模拟式控制器相似,符合操作人员习惯;在编程工作上,不需要专门的软件知识,容易掌握;(3) 灵活性好 数字式调

节器在外形结构、安装方法、操作方法、输入输出信号标准、人机对话方式等方面与模拟式调节器一致,可以与模拟式调节器兼容;改变控制系统的内部结构和控制算法可通过改变用户程序来实现,非常灵活;同时可通过数据总线与计算机或其他外围设备相连结。

为使调节器具有良好的控制品质,须对调节器的 P、I、D 控制参数进行整定。调节器的参数整定一般有理论法和工程法两类:理论法包括反应曲线法、频率特性法、根轨迹法等,参数整定时需要预先知道过程的动态特性;工程法则避开测定过程的动态特性,直接在过程的控制系统中对调节器进行参数整定,常用经验法或半经验法进行。

二、执行器

执行器在过程控制中的作用,是接受控制器的信号,改变控制变量,使过程按既定方案进行。

执行器按动力传递介质不同可分成气动、电动、液动三大类,其中气动执行器因结构简单、输出推力大、动作平稳、安全防爆等优点,在化工、石油等部门的过程控制中获得广泛应用。电动执行器有防爆问题,液动执行器较笨重,它们的使用面比气动执行器要小。近年来电动控制器和微机直接数字控制器使用面有扩大的趋势,但执行器仍多为气动,两类信号的矛盾通过电－气转换来解决。

气动执行器由执行机构和调节机构两部分组成。气动执行机构有薄膜式和活塞式两类。由于活塞式执行机构工作时要求较大推力,因此在过程控制中多采用薄膜式气动执行器。该执行器亦称气动薄膜调节阀。

1. 工作原理

气动薄膜调节阀的工作原理如图 2.22 所示。当气压 p 数值增加时,橡胶膜片向下运动,使弹簧受到压缩,引起推杆下移、阀门关小,直到压力 P 与弹簧反作用力相平衡为止。当气压 P 数值减小时,橡胶膜片在弹簧的作用下向上运动,引起推杆上移,阀门开大,同样到压力 P 与弹簧反作用力相平衡为止。当信号压力在一定数值范围内(如由 20 kPa 增加到 100 kPa)变化时,阀杆能作全行程动作,阀门则从全开到全关或从全关到全开。

气动薄膜调节阀的执行机构包括橡胶膜、推杆和弹簧。气动薄膜调节阀有正、反作用两种形式。压力加大推杆下移为正作用,压力加大推杆上移为反作用。气动薄膜调节阀的调节机构为阀体,也有正、反两种形式。推杆向下阀门关小为正,推杆向下阀门开大为反。气动薄膜调节阀的调节机构以直通双座为多,由于执行机构和调节机构各有正、反两种形式,因而直通双座调节阀有正正、正反、反正、反反四种阀门开启方式。

2. 流量特性

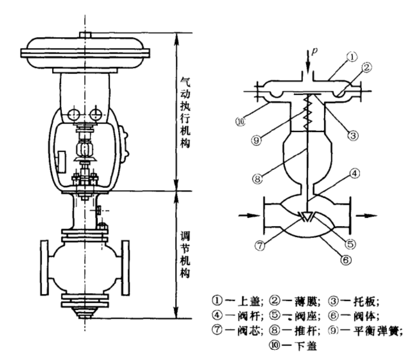


图 2.22　气动薄膜调节阀示意图

通过阀门的流量与阀杆行程的关系是气动薄膜调节阀的重要性质，称为流量特性。若阀门两端压差固定不变，该关系为理想特性；若阀门两端压差变化，该关系为工作特性。

阀门的理想流量特性由阀芯的几何形状决定，主要有线性、对数（等百分比）、快开三种。阀芯形状如图 2.23 所示，流量特性可见图 2.24。

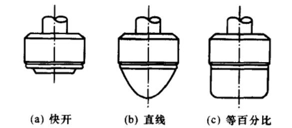


图 2.23　阀芯形状与流量特性关系示意图

线性流量特性是指阀门的相对流量 $q_V/q_{V\max}$ 与阀杆相对行程（即阀芯的相对开度 $L/L_{\max}$）成直线关系。线性特性的调节阀在小开度或大开度时，控制性能都较差。对数流量特性是指单位相对行程变化所引起的相对流量的变化，与

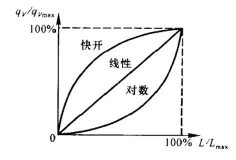


图 2.24 三种理想流量特性
(线性、对数、快开)示意图

该点的相对流量值成正比关系,对数特性的调节阀在小开度或大开度时,控制性能也较差。具有快开流量特性的调节阀在开度较小时就有较大流量。随着开度的增大,流量迅速达到最大值;再增加阀门开度,流量也基本不变。快开流量调节阀主要用于需迅速启、闭的切断阀或双位控制系统(如高、低两点液位控制)。

图 2.25 是阀门工作流量特性示意图。如图所示,系统由一个阀门和一段管道组成。系统总压力是 Δp,管道压降为 Δp_t,阀门压降为 Δp_v。当系统由稳态开始增大流量时,若系统总压力 Δp 不变,则因管道压降的加大,阀门两端的压差相应减小,引起流量特性的变化,即理想流量特性变为工作流量特性。

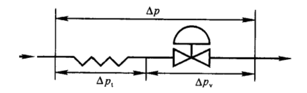


图 2.25 阀门工作流量特性示意图

令 s 为调节阀全开时阀门压降与系统压降之比,即 $s=\Delta p_v/\Delta p$。$s=1$ 时,表示管道压降为 0,系统压降等于阀门两端压差,此时工作流量特性和理想流量特性一致。s 逐渐减小时,意味着管道压降增加,阀门两端的压差下降,因而在阀门全开时流量减小,阀门可调节范围缩小;同时调节阀的流量特性曲线会畸变,理想线性特性逐渐趋向快开特性,理想对数特性逐渐趋向线性特性。

3. 阀门定位器

阀门定位器是控制系统中控制器和调节阀之间的转换装置,以根据控制器发出的信号,来准确地调整阀门的开启大小。定位器有气动和电动两大类:图 2.26 是气动阀门定位器,可用于气动薄膜调节器的阀门开启大小定位。气动阀门定位器按力矩平衡原理工作。气动控制器的输出信号 p 作用在主杠杆一端,

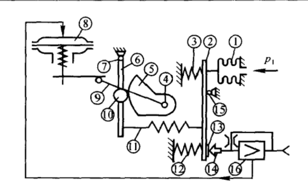


图 2.26 用于气动薄膜调节器的气动阀门定位器
①波纹管;②主杠杆;③量程弹簧;④反馈凸轮支点;⑤反馈凸轮;⑥副杠杆;⑦副杠杆支点;⑧薄膜执行机构;⑨反馈杆;⑩滚轮;⑪反馈弹簧;⑫调零弹簧;⑬挡板;⑭喷嘴;⑮主杠杆支点;⑯放大器

使主杠杆绕主支点逆时针转动,减小了主杠杆另一端和喷嘴之间的距离。此时喷嘴背压上升,使放大器工作,给出一个加大的压力信号,传到气动薄膜调节阀。于是,调节阀薄膜受到增大的压力向下涨移,推动阀杆向下运动。此时反馈杠杆随之绕凸轮支点向下移动,反馈凸轮也作逆时针转动,使副杠杆通过滚轮绕副支点转动,导致反馈弹簧被拉伸。此时,主杠杆受到来自气动控制器的压力 p 和反馈弹簧的拉力。当两个力的力矩达到平衡时,主杠杆停止运动,阀门定位即告实现。通过对调零弹簧的调节,可使阀门定位器在一定的输入信号范围内(如20～60 kPa 或 60～100 kPa)输出均为 20～100 kPa。

图 2.27 是电动阀门定位器,也可用于气动薄膜调节器的阀门开启大小定位。电动阀门定位器仍按力矩平衡原理工作。若电动控制器给出的一个增大的电流信号 I 进入了金属线圈,即在线圈周围产生磁场。该磁场与永久磁头和导磁体的磁场相互作用后,产生使主杠杆绕主支点逆时针转动的力,减小了主杠杆另一端和喷嘴之间的距离。此时喷嘴背压上升,使放大器工作,给出一个加大的压力信号,传到气动薄膜调节阀。于是,调节阀薄膜受到增大的压力向下涨移,推动阀杆向下运动。此时反馈杠杆随之绕凸轮支点向下移动,反馈凸轮也作逆时针转动,使副杠杆通过滚轮绕副支点转动,导致反馈弹簧被拉伸。此时,主杠杆受到来电动控制器的磁场力和反馈弹簧的拉力。当两个力的力矩达到平衡时,主杠杆停止运动,阀门定位即告实现。通过对调零弹簧的调节,可使阀门的开启度与输入电流信号大小产生适用的对应关系。

4. *阀门类型*

气动薄膜调节阀有直通单座、直通双座、角形、隔膜、三通和套筒等类型。

直通单座调节阀阀体内有一个阀芯和一个阀座,流体从阀门左侧流入,从右

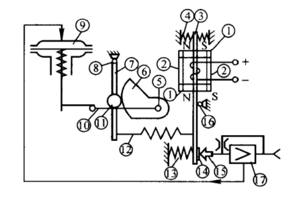


图 2.27 用于气动薄膜调节器的电动阀门定位器

①永久磁钢；②导磁体；③主杠杆(衔铁)；④平衡弹簧；⑤反馈凸轮支点；⑥反馈凸轮；⑦副杠杆；⑧副杠杆支点；⑨薄膜执行机构；⑩反馈杆；⑪滚轮；⑫反馈弹簧；⑬调零弹簧；⑭挡板；⑮喷嘴；⑯主杠杆支点；⑰放大器

侧流出。这种阀门关闭时泄漏量较小；流体流向使阀芯有开启趋势，称为“流开”，因而稳定性较好。但阀芯两端的压差可能较大，影响阀芯准确定位。因此，直通单座调节阀适用于压差较小的流量控制。直通双座调节阀的结构与单座阀相似，但阀体内有两个阀芯、两个阀座。流体从阀门左侧流入，经过上、下阀芯后汇合从阀门右侧流出。双座阀关闭时泄漏量较大；但流体作用在上、下阀芯的推力方向相反，因此适用于阀芯两端压差较大的流量控制。这种阀门在使用中上、下阀芯一个为“流开”，一个为“流闭”，因此稳定性较单座阀为差。

隔膜阀的阀体有耐腐蚀衬里，阀芯用耐腐蚀隔膜代替，阀门流量由隔膜的位移来调节。隔膜调节阀适用于强酸、强碱等高腐蚀性介质的流量调节。由于隔膜和衬里的限制，这种阀门一般只能在压力低于 1 MPa、温度低于 150°C 的条件下使用。三通调节阀分为分流阀和合流阀两类：前者一流进二流出，后者二流进一流出。

图 2.28 是角形阀示意图。这种阀门流路简单、不易堵塞，适用于高压差、高粘度、含悬浮物或颗粒物的流体的流量调节。流体流向可以侧进底出或底进侧出。底进侧出时，稳定性好，但在高压情况下在阀芯与阀座的接合面上可能产生气蚀现象。侧进底出时，可避免结垢和堵塞，但阀芯处于“流闭”状态，易发生振荡。因而，角形阀一般采用底进侧出，但在高压场合采用侧进底出。

图 2.29 是分流式三通调节阀。阀芯移动时，可以在总流量不变的情况下，调节二路流体的流量比例。采用回流阀时，二路流体的温差应小于 150°C，否则易产生热应力，对阀门造成损害。

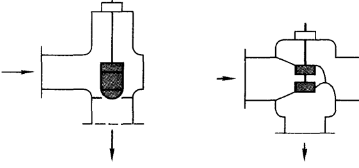


图 2.28 角形阀示意图　　图 2.29 分流式三通调节阀示意图

图 2.30 是套筒式调节阀示意图。套筒式调节阀的阀座是一个套筒，套筒上有开孔，阀芯是一个柱塞，可以随阀杆在套筒内上下移动。当阀杆带动柱塞在套筒内移动时，柱塞堵住套筒可孔的面积随之改变，从而改变了流体通过阀门的流量。这种阀门稳定性高、噪声小。

除上述几种调节阀外，工业上还常用高压调节阀、适用于纤维纸浆输送用的球形阀、适用于低压差大流量气体输运的蝶阀、可调比大且密封性好的偏心旋转阀等。

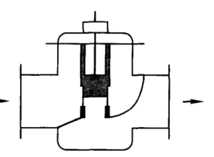


图 2.30 套筒式调节阀示意图

一般情况下，气动薄膜调节阀的阀体用铸铁制造，但也有用铸钢、不锈钢、哈氏 C 合金、高分子材料等制造的阀体，以适应输运腐蚀性介质的需要。调节阀内所输运的介质与外界之间的密封，一般用填料来实现。若介质为剧毒、易挥发的物质时，宜使用波纹管来密封。

在选用调节阀时，有四方面问题要考虑：一是调节阀的结构和材质，二是气开、气关，三是调节阀流量特性，四是调节阀口径计算。若调节阀前后压差较小、要求介质泄漏量较小的场合，可选用直通单座阀。若调节阀前后压差较大、但允许较大泄漏量的场合可选用直通双座阀。若介质为高粘度、含悬浮物时，可选用角形阀，以避免堵塞。若介质为悬浮颗粒物或浓浊浆状时，可选用球阀。若调节阀须在大口径、大流量、低压差的气体场合工作时，可选用蝶阀。若介质为强酸、强碱或强腐蚀性流体时，可选用隔膜调节阀。若介质为高压，可选用高压调节阀；介质为低温时，可选用低温调节阀。

气开和气关是气动薄膜调节阀的两种类型。输入气压越高阀门开度越大、且失气时全关的调节阀，为气开式。输入气压越高阀门开度越小、且失气时全开的调节阀，为气关式。调节阀气开、气关类型的选择，主要从安全生产的角度考

虑，即当信号压力突然中断时，不致发生人员伤害或设备损害的事故。一般而言，如阀门处于全开时潜在的危害性较小，宜选用气关型调节阀；反之，应选用气开型调节阀。例如，控制进入加热炉内的燃料流量，应使用气开型，以在事故发生时自动关闭燃料供给；而锅炉水位控制，宜使用气关型，以在发生事故时，阀门自动开启最大，保证锅炉内的供水而不致烧干。

三、检测器和变送器

检测器和变送器的作用，是将过程中的工艺变量检测出来，转换成标准信号送往调节器或显示仪表。气压的标准信号为 20～100 kPa，直流电流的标准信号是 0～10 mA 或 4～20 mA。环境工程过程控制中需检测的工艺变量有温度、压力、成分、浓度等。

1．温度

温度检测器按测温方式可分为接触式和非接触式两大类：前者的检测部件与被测介质直接接触，通过传导或对流达到热量平衡来实现测温；后者检测部件与被测介质不接触，通过辐射热交换实现测温。

(1) 热电偶　热电偶利用金属材料的热电效应来测量温度。当两根不同材料的金属丝 A 和 B 两端互联形成闭合回路时，若两个接点的温度不同，则回路内会产生电流。相对于一定的材料，回路电流的大小与两个接点的温度之差成正比，电流的方向或材料的极性则取决于两根金属丝的材料性质。如图 2.31 所示，A、B 为电极，A 为正极，B 为负极。一个接点被置于需测介质中，该接点被称为工作端或热端；另一个接点被置于需测介质外，常为室温或某一恒定温度，被称为参比端或冷端。若热端电势为 $E_{AB}(T)$，冷端的恒定电势为 $E_{AB}(T_0)=C$，则热电偶的总热电势为：

$$E_{AB}(T,T_0)=E_{AB}(T)-E_{AB}(T_0)=f(T)-C=\varphi(T) \qquad (2.10)$$

若测量时冷端温度保持在 0 ℃，可得几种常用热电偶的热电势和热端温度的关系，称为热电偶静态特性曲线，如图 2.32 所示。

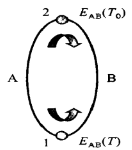


图 2.31　热电偶热电效应示意图

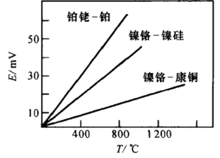


图 2.32　几种常用热电偶静态特性曲线

各种热电偶的热电势和温度的关系可从热电偶的标准数据表或称热电偶的分度表中查得。几种工业用热电偶的测温范围和主要特点可见表2.1。

表2.1 几种工业用热电偶的测温范围和主要特点

名称	分度号	测温范围/°C		主要特点
		长期	短期	
铂铑-铂	S	0~1 300	0~1 600	1. 热电势小,精度高,线性差; 2. 适用中性及氧化性介质; 3. 价格高。
镍铬-镍硅	K	0~1 000	0~1 200	1. 热电势大,线性好; 2. 适用中性及氧化性介质。
镍铬-康铜	E	0~550	0~750	1. 热电势更大,线性较差; 2. 适用氧化性和弱还原性介质; 3. 价格低

在实际使用时,热电偶的参比端温度常不为0°C,此时需对参比端温度进行补偿。若热电偶工作端温度为 T,参比端温度为 T_0,则热电偶的热电势为:$E(T,T_0)=E(T)-E_{AB}(T_0)=E(T,0)-E(T_0,0)$,因而有:

$$E(T,0)=E(T,T_0)+E(T_0,0) \tag{2.11}$$

上式说明,热电偶的热电势的数值,等于实际测得电势 $E(T,T_0)$,再加上以参比端为0°C、工作端温度为实际测量的参比端温度时从标准实际表(分度表)所查得的热电势 $E(T_0,0)$。工业上可采用校正温度显示仪表的零点、或在温度变送时采用补偿电桥的方法来实现参比端温度补偿。

实际测量时,参比端温度若靠热源太近其温度 T_0 不一定能保持恒定,此时须使用补偿导线使参比端远离需测热源。补偿导线通常用两种贱金属材料制成,要求在0~100℃范围内其热电性质与需补偿的热电偶的热电性质基本相同。这样就可以将参比端延伸到远离热源、温度较低又较恒定的地点。

热电偶一般用于测定500 ℃以上的温度。若温度低于300 ℃,则不宜使用热电偶,因为中、低温时,热电偶的输出热电势较小,对信号放大的要求较高,同时信号易受外界干扰。同时,由于参比端温度的变化不易得到补偿,容易引起较大的测量误差。在中、低温区,宜使用热电阻进行温度测量。

(2) 热电阻 热电阻测温是基于金属的电阻会随温度变化而变化的原理。金属都具有正的温度系数,温度升高1 ℃,电阻值增加约0.4%~0.6%。工业上常用的热电阻有铜电阻和铂电阻两种。铜电阻的温度与电阻值的关系,即其

静态特性，在 -50 ℃到 150 ℃范围内是线性的，关系式为：

$$R_T = R_0(1+\alpha T) \tag{2.12}$$

式中，R_T、R_0 分别为 T ℃和 0 ℃时的铜电阻值，α 为铜电阻在 0 ℃时的温度系数，数值为 4.25×10^{-3}/℃。

铂电阻的温度与电阻值在 0～630 ℃范围内的关系式为：

$$R_\theta = R_0(1+AT+BT^2) \tag{2.13}$$

式中，R_θ、R_0 分别为 T ℃和 0 ℃时的铂电阻值，A、B 为常数。

表 2.2　工业用热电阻测温范围和主要特点

名称	0 ℃时电阻/Ω	分度号	测温范围/℃	主要特点
铂电阻	50	Pt 50	-200～500	1. 精度高，价格贵； 2. 适用中性及氧化性介质
	100	Pt 100		
铜电阻	50	Cu 50	-50～200	1. 线性好，价格低； 2. 适用于无腐蚀介质

(3) 变送器　DBW 电动温度变送器是 DDZ－II 型电动单元这仪表中的一个主要品种，可与热电偶、热电阻配合，将温度信号转换成 0～10 mA 直流信号。该温度变送器主要由输入回路和电压电流转换器两部分组成。

输入回路是一个直流不平衡桥路，按测温元件有热电偶、热电阻之分，按测量项目有测温度、测温差之分。在实际仪表中，只须改变接线端子的连结方式，即可实现不同的测量回路。热电偶温度测量桥路可见图 2.33，四个桥臂分别是 R_{18}、$R_{20}+R_{21}$、R_{Cu}及 W_2，B、L 是桥路的输出端。热电偶测量电压 E_T 进入输入回路后，经过桥路变成输出电压信号。桥路在此时所起的作用，是对输入电压信号进行分压，同时自动补偿因热电偶参比端温度变化引起的测量误差，以及实现零点调整，并对仪表作定值检查。

电压电流转换器的作用是将输入回路的输出电压转换成 0～10 mA 的直流电流，同时也能起到改变仪表量程的作用。图2.34是一个电压电流转换器的电

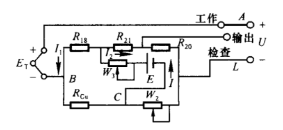


图 2.33　热电偶温度测量桥路示意图

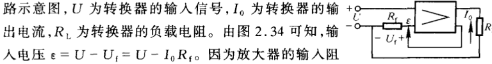


图 2.34 电压电流转换器电流示意图

路示意图，U 为转换器的输入信号，I_0 为转换器的输出电流，R_L 为转换器的负载电阻。由图 2.34 可知，输入电压 $\varepsilon = U - U_f = U - I_0R_f$。因为放大器的输入阻抗很高，可视为开路，输出电流 I_0 不被分流。若放大器的放大倍数为 K，则放大器的输出电流 $I_0 = K\varepsilon$。综合以上两式可得 $I_0 = KU/(1 + KR_f)$。若放大器的放大倍数足够大，即 $KR_f \gg 1$，则 $I_0 = U/R_f$。由此可见，温度变送器是一个比例环节，动态响应快。同时，调节 R_f，在输入电压一定时可调节输出电流的大小，或在输出电流一定时可改变输入电压的量程。

2. 流量

流量是指单位时间内流过管道某一截面的流体的质量、体积或标准状态下的体积。流量检测器有节流式、转子式、容积式和速度式等不同品种。

（1）节流式流量检测器　节流式流量检测器是利用流体的动能、势能可相互转变但总能量不变的原理工作的。节流装置包括孔板、喷嘴及文丘里管等不同样式，其工作原理大体相似。以孔板为例，流体在管内流动经过节流孔时，通道截面积突然减小，造成流体流速加大。由于流体动能增加，导致静压力下降，流量越大，压降也越大。流体流过孔板后经过一段距离，流速恢复到原来的数值，压力也有所回升，但不能完全恢复到原来的数值，因有阻力损失。孔板式节流装置工作原理可见图 2.35。

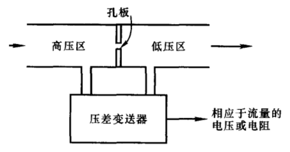


图 2.35 孔板节流装置示意图

当节流装置形状一定，测压点位置也一定时，根据测得的压差即可计算流体在管道内的流量。孔板的测压点的选取有两种标准方式：一种是紧邻孔板，称为角接法；另一种是在孔板上下游各一英寸，称为一英寸法兰接法。若压差 $\Delta p = p_1 - p_2$，则流量的计算可按以下公式计算：

体积流量　$q_V = \alpha\varepsilon m(\pi/4)D_t^2(2\Delta p/\rho)^{0.5} = Kq_V(\Delta p)^{0.5}$

质量流量　$q_M = \alpha\varepsilon m(\pi/4)D_t^2(2\rho\Delta p)^{0.5} = Kq_M(\Delta p)^{0.5}$

式中，$Kq_V = \alpha\varepsilon m(\pi/4)D_t^2(2/\rho)^{0.5}$，$Kq_M = \alpha\varepsilon m(\pi/4)D_t^2(2\rho)^{0.5}$，$D_t$ 为管道在工作温度下的内径，ρ 为流体密度，m 为孔口面积和管道内截面积之比，ε 为体积膨胀校正系数（一般情况下为1），α 为流量系数。

节流装置产生的压差通过导管与差压变送器的联接，流量则由指示仪表直接显示出来。气动差压变送器的工作原理可见图2.36。

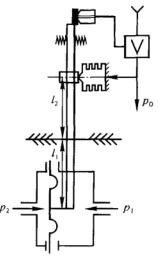


图2.36　气动差压变送器工作原理示意图

由图可知，差压使膜片两侧产生一个向左的力：

$$F_1 = A_1(p_1 - p_2) = A_1\Delta p \qquad (2.14)$$

式中 A_1 为膜片的有效面积，p_1、p_2 分别为膜片两端的压强。F_1 作用在杠杆上产生一个测量力矩：

$$M_1 = F_1 l_1 = A_1 l_1 \Delta p = C_1 \Delta p \qquad (2.15)$$

使杠杆以轴密封为支点作顺时针方向偏转，使挡板靠近喷嘴，造成喷嘴背压上升，经放大作用使 p_0 随之上升。同时，p_0 进入负反馈波纹管产生一反馈力矩：

$$M_2 = F_2 l_2 = A_2 l_2 p_0 = C_2\ p_0 \qquad (2.16)$$

使杠杆作逆时针偏转。当 $M_1 = M_2$ 时，杠杆达到平衡，此时有一个与 Δp 相适应的 p_0，

$$p_0 = (C_1/C_2)\Delta p = (A_1 l_1/A_2 l_2)\Delta p = Km\Delta p \qquad (2.17)$$

在节流式流量计中，节流装置产生的反映流量大小的压差可以用差压变送器来测量。

(2) 电磁流量计　电磁流量计的工作原理是基于电磁感应。当导电流体在磁场中运动切割磁力线时，会产生感应电势 E，如图2.37所示。感应电流可由管道两侧的电极引出。感应电势 E 和流体流速的关系为：$E = KBDv$。式中，K 为仪表常数，B 为电磁感应强度，D 为管道直径，v 为流体平均流速。体积流量与流体流速的关系为：$q_V = v\pi D^2/4$。因此，感应电势 E 和体积流量 q_V 的关系为：

$$E = 4Bq_V/\pi D = kq_V \qquad (2.18)$$

式中，$k = 4B/\pi D$。电磁流量计工作时在管道内无任何附加部件，因此阻力损失很小。合理选用衬里材料和电极材料，即可获得良好的耐腐蚀性和耐磨性，因此可用于强酸、强碱溶液的流量测定。在使用电磁流量计时，流体的导电率要大于 20 μs/cm。

(3) 涡轮流量计　涡轮转子的旋转速度与流量大小有关，由此可用来测量流量，如图2.38所示。涡轮被安装在非导磁材料制成的水平管段内，当转子受

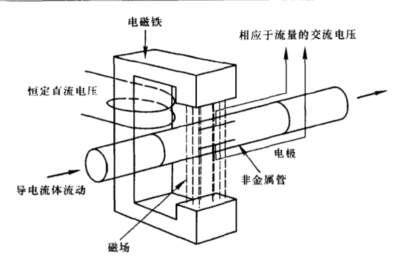


图 2.37　电磁流量计工作原理示意图

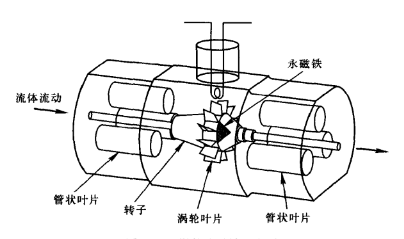


图 2.38　涡轮流量计示意图

到流体冲击而旋转时,由导磁性材料制成的涡轮叶片旋转经过磁电感应转换器中的永磁体时,在感应线圈中产生脉动电势,经放大、整形后,即可得到与流体流量成正比的脉冲频率信号,作为流量测量信息,再根据脉冲累计数即可得知流量总量。这种检测方法的优点是测量精度高、动态相应好、压力损失较小。但是被测流体必须足够清洁,不含固体颗粒及其他污染物,以减少设备磨损、防止转子被卡住。

3. 液位

常用的液位检测元件有浮子、差压、电容等形式。

浮子式液位检测是基于恒定浮力原理。如图 2.39 所示,浮于液面的浮子随

液位变化而发生上下位移，引起可变电阻滑动臂的位移，从而产生与液位有关的阻抗输出，适用于密闭容器内常温、常压、粘度较大的流体的液位测量。

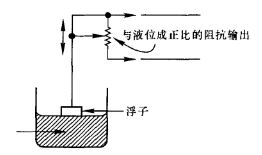


图 2.39 浮子型液位计工作原理示意图

压差式液位检测工作原理可见图 2.40。液位差引起的压差被传送到测定装置的输入口 A 和 B，使可伸缩的密封小舱内外压力失衡，造成小舱顶部产生上下位移，带动转轴和臂的运动，使阻抗元件产生与液位成正比的输出，适用于敞口或密闭容器内的任何性质的液体的液位测量。

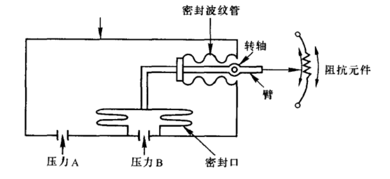


图 2 40 压差式液位检测计工作原理示意图

伽玛射线液位检测工作原理可见图 2.41。由于液体对伽玛射线有吸收作用，液位越高，吸收越大，由此可建立在一定伽玛射线源辐射强度条件下液位高度与伽玛射线传感器接收强度之间的函数关系，适用于敞口或密闭容器内的任何性质的液体的液位测量。

开关型和电极型固定液位控制器可用于固定液位控制，如图 2.42 和图 2.43 所示。当液位升高到一定高度，使开关产生开启或关闭的动作，或使电极与电极间导通并产生电流信号，由此来控制液槽内液体的液位。

液位信号目前普遍使用差压变送器来传送，见图 2.44。用气动差压变送器测量液位时，输出信号为 20～100 kPa 的气压信号，即当液位高度为 0 时，输出

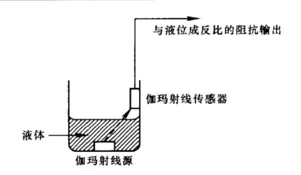


图 2.41 伽玛射线液位测量计工作原理示意图

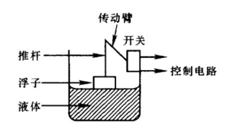


图 2.42 开关型固定液位控制器示意图

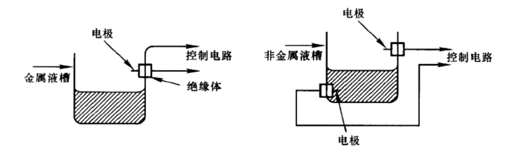


图 2.43 电极型固定液位控制器示意图

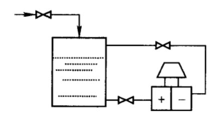


图 2.44 差压变送器测量液位示意图

为 20 kPa;液位达最高时,则大于在 20～100 kPa 之间的一个气压信号。实际应用时,常将液位为 0 对应的气压信号也置于 20～100 kPa 之间的一个数值,以保证测量的准确性。

例 2.1　初沉池和污泥泵的控制

初沉池用于在废水进入二级处理设施前除去或降低废水中悬浮固体的浓度和有机污染物负荷,主要工作目标是去除可沉淀的固体和可上浮的固体。

初沉池可以是圆形、方形或矩形。对矩形初沉池而言,废水从池的一端流到另一端,沉降下来的污泥被刮泥机刮入进水口下方的泥斗内,浮渣则被浮渣设备收集并除去。对圆形池而言,废水通常由中心管流入,由池的边缘流出,沉降污泥被集中到池底部中心的泥斗内,浮渣也由浮渣设备收集并去除。污泥去除的速率应与污泥沉降的速率相适应。由于初沉池比较大,因此在收集污泥并将污泥从沉降区移动到去除区时可能产生故障。该项工作一般由刮泥机完成。

影响初沉池效率的因素有:水力溢流速率,在数值上应等于固体颗粒的沉降速率;废水停留时间,应使部分细小固体颗粒凝聚成较大颗粒,以便沉降去除;废水特征,包括废水水量、浓度、新鲜程度、温度和工业废水的来源,固体颗粒的密度、形状和大小;是否有预处理,如使用格栅等。

初沉池的工作状态可通过污泥泵系统来调节。污泥泵系统包括初沉池污泥层高度测量部分、污泥去除刮板、隔离阀和变速污泥泵、污泥密度传感器以及污泥流量计。管理污泥泵系统的主要任务有:尽可能使泵速保持恒定,以减少操作工的劳动强度;合理设定泵速,使初沉池污泥组成保持恒定;防止污泥在初沉池内累积;注意初沉池出水对后续工段的影响。污泥泵的开启与关闭依赖于对污泥层高度的准确测量,也依赖于对污泥组成的准确测量,以维持后续过程的一致性。

初沉池过程控制的目标,是保持污泥层污泥浓度的恒定,并保证所有沉降的污泥均被去除。若一个工厂有若干个初沉池,则池中污泥按顺序定时用污泥泵泵出。当初沉池的污泥按顺序定时泵出时,或因污泥层过高而被泵出时,隔离阀开启,污泥被泵出。当定时结束,污泥层高度下降到既定位置,或污泥组成即固体含量低于既定含量时,隔离阀关闭。

变速泵通过隔离阀与初沉池相连。变速泵的转速由污泥特性传感器决定,也可由操作工根据实验室数据人工调节。当泵速提高时,泵出的污泥量增加,使初沉池污泥的固体含量下降。当污泥的固体含量太低时,污泥泵泵速下降,泵出的污泥量下降,使初沉池的污泥固体含量上升。

上述过程的受控变量是悬浮固体浓度或污泥层厚度。控制变量为污泥流量,而可测变量(在线或离线)是初沉池污泥层高度、污泥流量、污泥悬浮固体浓度以及初沉池溢流中悬浮固体浓度。初沉池及污泥泵的自动控制中,由于废水

中油脂类物质的污染使仪器保养的工作量很大，因此不易实现在线测量，一般需使用实验室测量的数据。

该过程控制所需的仪器有：光学探头或超声探测器（污泥层高度测量用）；具有超声清洗功能的热管磁表（污泥流量测定用）；光密度测量仪（污泥悬浮固体浓度测量用）；变速泵（一般不用隔膜泵；如果使用隔膜泵，则使用行程可调而不是速度可调的隔膜泵）；隔离阀（每个初沉池配一台）；涡流偶合或配有顺序逻辑编程的SCR驱动器（变速泵控制用）；报警器（指出泵故障、初沉池液位低、密度反常）。

初沉池适用于中型废水处理厂。若废水流量小于44 L/s，则可不使用初沉池。初沉池和污泥泵的控制方法可见图2.45，图例符号及字母含义可见图2.46和表2.3、表2.4。

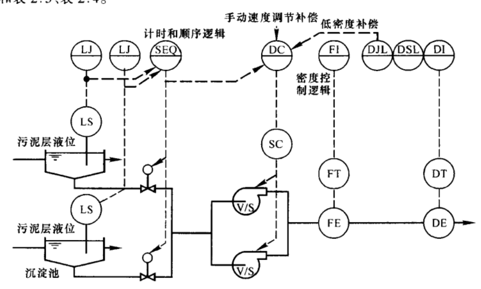


图2.45 初沉池和污泥泵过程控制示意图

例2.2 流量分配的控制

将废水按一定流量比例或要求分送到不同处理设施内，一般采用分配箱或堰。由于分配箱或堰的流量分配方式常常是固定的，而废水对不同设施的流量分配有时需要进行调节，以实现过程优化，因此有必要对流量分配进行控制。

目前可使用两种流量分配控制方法。若已知总的进水流量，则每一设施的流量为总流量 $q_{V总}$ 除以设施数 N，这是一种方法。此时需测量总的流量及进入每一设施的流量 q_V，并使用反馈控制技术（见图2.47(a)）。将 q_V 与 $q_{V总}/N$ 进行比较，即可得知如何调节每一设施流量阀门的开启程度。可测变量是总流量及各分支流量；控制变量是阀门的开启位置；受控变量是每一设施的废水流量。

若总的进水流量未知，则可使用“常开阀（MOV）”方法（图2.47(b)）。先由

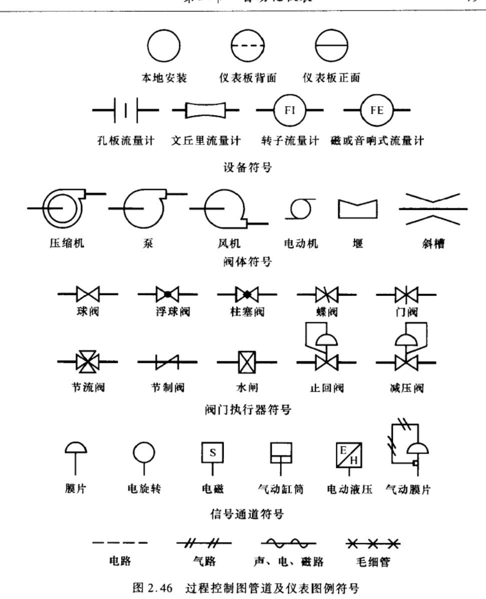


图 2.46　过程控制图管道及仪表图例符号

操作人员将各分支阀门调节到相同流量位置，即各阀门的初始位置，同时确定了主阀门控制器(MVC)在该总流量下的MOV方式对各阀门开启位置的初始值。启动自动控制系统后，上述初始值成为控制系统的设定值。工作时，分支流量测定装置将信号反馈传给分支阀门控制器与设定值进行比较，以调节各分支流量阀门的开启程度。若总的流量发生变化，则各分支流量产生相应变化，使分支控制器驱动所有分支阀门同时运动，达到一个与初始值不同的开启位置。该开启位置被传输到主控制器内与原总流量MOV模式下的设定值进行比较，得到一

表 2.3　过程控制图字母符号含义

字母	字母位置		字母	字母位置	
	第一个	第二个及以后		第一个	第二个及以后
A	分析	报警	O	力矩	过载
B	燃烧器火焰	紧密或松散	P	压力或真空	
C	传导性	控制	Q	数量或事件	集总
D	密度	开口或增加	R	放射性	记录仪
E	电压(EMF)	主单元	S	速度或频率	开关
F	流速	故障	T	温度	转换器
G	用户选择		U	多变量	多功能
H	手动	高	V	阀或阻尼器	阀或阻尼器
I	电流	显示	W	重量或力	
J	动力	光	X	振动或运动	过量
K	电容器	控制室	Y	计算机	计算或转换
L	液位	低	Z	位置	驱动器工作或最后控制单元
M	电动机	操作或开/关			
N	湿度	开/关			

表 2.4　过程控制图缩写符号含义

CPU 中央处理器	CRT 阴极射线管	C/S 恒定速率	DO 溶解氧
FB 反馈	I/F 界面	I/P 电动气动转换器	
LEL 低爆炸限度	MUX 多路转换器	SEQ 顺序控制	SP 设定值点
V/S 变速	Δ　微分		

个在新总流量 MOV 模式下的差值。该差值被送回分支阀门控制器对阀门开启程度进行调节。这一过程反复进行，直到在新总流量下的 MOV 阀门位置与原 MOV 位置相一致。这种方法使流量阀门的开启程度达到最大，以保证废水流动畅通，通过阀门的能量损失最小。

上述方法所需仪器有：电磁流量计（流量测量）；PID 型流量控制器；乘法、除法逻辑模块。过程控制图的图例符号及字母含义可见图 2.45 和表 2.4、表 2.5。

例 2.3　溶解氧 DO 和风机的控制

曝气池是活性污泥过程的主要设施。在曝气池中溶解氧 DO 浓度的控制对处理过程的稳定性有重要意义。DO 过低，则好氧菌活性会下降，微生物难以形成易沉降的絮体。DO 过高，则不仅会增加能耗，同时也会造成混合液絮体分散和破碎，使二沉池的固液分离发生困难。

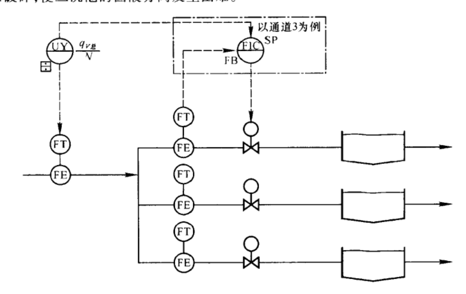


图 2.47(a)　总流量不变时流量分配控制示意图

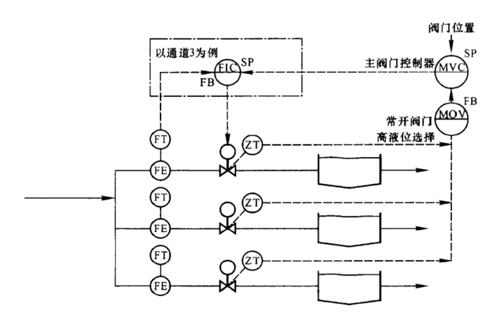


图 2.47(b)　总流量变化时流量分配控制示意图

曝气池供氧量的大小与池中有机物的含量有关，也与废水及回流污泥的体积与组成有关。如果有工业废水进入，则可能影响废水生物可降解性。如果废水是流量很大且有机物含量变化很大的暴雨径流，则DO的控制就很困难。

由于曝气池很大，DO的有效控制有一定困难。在用风机直接鼓风曝气时，因曝气和DO的变化之间存在时间滞后，因此难以实现有效的DO控制，造成处理过程的不稳定。同时，直接鼓风曝气难以形成曝气池内DO的均匀混合，当鼓风机关闭时问题就更明显。

DO的自动控制包括鼓风压力和氧的溶解两个独立的控制回路，以减少两者之间的相互作用。

鼓风控制回路的目标是维持曝气头恒定的空气压力，以保证DO控制回路的稳定工作。将曝气头压力为第一受控变量、空气流量为第二受控变量的多级控制系统可提供稳定的曝气头压力。风机转速、进气口导流叶片、吸气管进口阀门位置是控制单个风机的因素。为启动和关闭风机，可使用顺序控制逻辑。

将曝气池DO浓度作为第一受控变量、以空气流量作为第二受控变量的独立的多级控制系统可有效地用于DO控制。一个缓慢作用控制器将测量获得的DO浓度与设定DO值进行比较，发出加大或减小风量的指令。风机的风量通常由流量控制器控制，该控制器的设定值则周期性地由缓慢反应溶解氧控制器来调节，(见图2.48，过程控制图的图例符号及字母含义可见图2.45和表2.4、表2.5)。

上述控制系统所需仪器为：DO探头(电流式或极谱式)；曝气空气流量传感器(孔板、文丘里管)；曝气头压力传感器(膜片力平衡)；风机流量传感器(文丘里

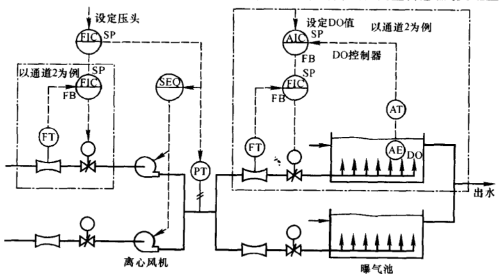


图2.48 溶解氧DO浓度和鼓风机风量控制示意图

管);曝气头温度传感器;蝶阀;PID控制器(DO、空气流量、压力控制);顺序逻辑控制器;风机报警器和DO浓度报警器。

例2.4　深冷制氧的控制

从空气深冷制造高纯氧(95%~98%)目前已在废水处理行业得到应用。高纯氧一方面可代替空气用于废水好氧生物处理,同时可以作为原料来生产臭氧。高纯氧是通过部分液化空气的蒸馏实现的。先用多级压缩机将空气压缩,然后深冷冷却,并通过与产品深冷氧的热交换和在透平机的膨胀使其凝聚成液态。

大型工厂使用透平机产生主要冷凝作用,而小型工厂可使用市购液态氧来实现冷凝。最后用两根蒸馏柱将液态空气分离成高纯氧和氮。

深冷制氧控制的主要原则是减少能耗。节约能耗的主要途径是:维持低冷端温差以减少废弃氮气产生的热损耗;防止储存的液态深冷氧蒸发,制液态氧的能耗比制气态氧要大4倍;限制深冷氧的生产过剩。

深冷制氧的过程比较复杂,需使用PID反馈方法来控制。为了减少蒸馏柱的故障,由分离柱到热交换器冷端的液态氧的流量需要保持恒定。压缩机的大小由生产规模确定,压缩机的控制则由利用产品输出量作为反馈信号的质量流量控制器来完成。

主受控变量通常为产品氧的流量。在生产不正常时,可以用库存液态氧的蒸发来获得产品氧。此时,产品氧的压力是控制蒸发速率的控制因素。控制变量为压缩机的排放流量。可测变量有:热交换器冷端流量、产品纯度以及产品压力和流量。

图2.49是深冷制氧控制系统示意图。过程控制图的图例符号及字母含义可见图2.45和表2.4、表2.5。

过程控制所使用仪器有:气体流量传感器(压力、温度可调的孔板);温度、压力传感器;氧电极;氮电极;液位传感器;离心压缩机;蝶阀(气体流量控制);平板阀(液体流量控制);透平膨胀器;压力指示控制器;液位指示控制器;质量流量指示控制器;液位开关;报警器(烃、液态氧液位、透平出口低温、压缩机及蒸馏柱压力)。

例2.5　污泥回流的控制

活性污泥过程有5种不同形式见图2.50,过程控制图的图例符号及字母含义可见图2.45和表2.4、表2.5。其中柱塞流完全混合式是大型污水厂普遍采用的形式。多点进水式因其适应性广而正被大型厂广泛采用。对于处理量小于440 L/s的废水厂,可以使用接触稳定式。若废水量小于22 L/s,可使用强化曝气式。下面对污泥回流的控制问题进行讨论。

污泥回流控制的主要目标是保证活性污泥过程的稳定性。对过程的任何不利扰动有可能使二沉池的固液分离效率下降,直接导致出水水质下降。同时,二

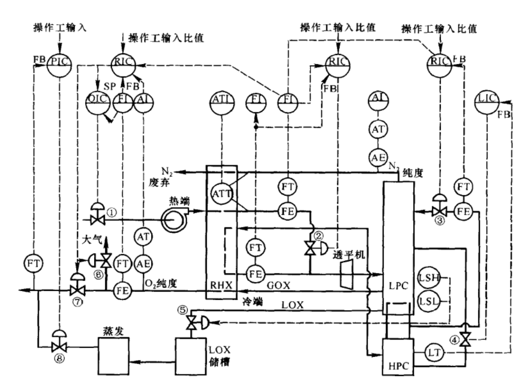


图 2.49 深冷制氧控制示意图

①压缩机导流管；②透平冷端进料阀门；③低压蒸馏柱回流阀门；④高压蒸馏柱液位控制阀门；⑤液态氧输送阀门；⑥气态氧排气阀门；⑦气态氧输出阀门；⑧液态氧蒸发阀门

沉池分离效率的变化反过来又影响回流污泥的形态和密度。对过程的扰动还会影响微生物的生长速率，从而影响废弃到浓缩池的固体的数量。

活性污泥过程在运行时，微生物种群有可能发生变化，因为控制微生物生长和优势种群的环境因素是会有变化的。但是，环境因素对微生物种群的影响至今尚未理解充分，因此对微生物种群的控制就十分困难。在工程上，采用仔细控制污泥回流的方式，来部分调节曝气池中的微生物种群。

活性污泥过程的进水水质和水量的变化是比较大的。同时，工业废水的引入可能带入高浓度有机物或有毒物质。这些对回流污泥的流量及质量均会产生影响。温度、pH、混合液流态（不均匀混合，短路等）等因素也会对活性污泥过程的微生物生长速率和反应动力学产生影响。当混合液流入若干平行的池中时，各池的固、液比常常是不同的。同时，曝气时氧的传输速率会受到环境条件的影响。

有两个因素对过程会产生明显影响：一个是废水流速，属于短滞后参数，废水峰值流量时，流量的增大会导致二沉池溢流量过大，使出水水质下降；另一个是负荷或过程本身的变化对微生物种群的影响，属于长滞后参数，可以有数天或

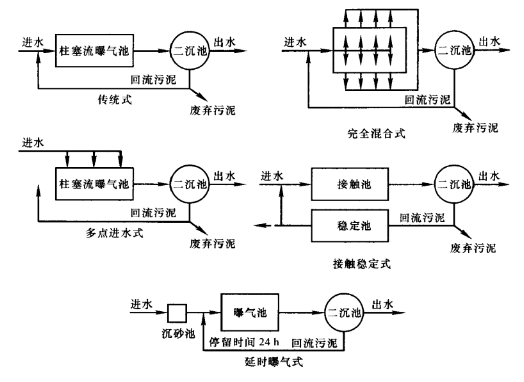


图 2.50 不同形式的活性污泥过程

数周时间。此外，参数测量的困难使过程控制更加不易，目前还没有可靠的TOC、ATP、BOD 的在线测量仪器。

回流污泥的控制目前有两种方法。一种是将二沉池污泥以固定的流速或与初沉池出水相同的流速回流到曝气池。另一种是基于对二沉池污泥总量的控制。

回流污泥的流量一般由操作工根据废水有机负荷和当前污泥沉降特征来决定。将混合液样品放在 1～2 升的量筒中沉降 30 分钟，记录沉降开始及结束时污泥的体积。将沉降结束与开始的体积之比乘以初沉池出水流量，即可得知回流污泥的流量。若回流速率恒定，曝气池中的 MLSS 的变化将与初沉池出水流量的变化相反。若回流速率与初沉池出水流量成正比，则曝气池 MLSS 维持恒定，但在曝气池和二沉池内将会产生较严重的不稳定状态。

上述方法尽管得到广泛应用，却存在一个明显不足。控制所需要的是回流污泥的质量流速，而不是体积流速。只要二沉池的回流污泥的浓度保持基本恒定，是可以使用体积流速进行控制。但是，当微生物种群发生变化，或在峰值流量时，二沉池污泥的浓度会有较大的变化；而若使用高的回流比，回流污泥的浓度会发生相当大的变化。在这些情况下，就不宜使用体积流量对回流污泥进行

控制。回流污泥的其它限制因素是污泥泵的输运能力,以及二沉池内回流污泥池的容量。污泥回流的速率一般为初沉池出水流速的 20%~50%。

若通过二沉池污泥总量进行污泥回流控制,则主要内容是测量污泥层的高度或厚度,并通过污泥回流来维持适当的污泥层高度或厚度。可使用安装在二沉池内不同深度的若干气升泵或重力流量管,或光电污泥层测量仪来测量污泥层厚度。污泥层的厚度应小于二沉池侧壁水深的 1/4。若污泥层厚度增加,其原因可能是曝气池内活性污泥浓度过高,或二沉池沉降效率下降,或污泥废弃系统堵塞。为了改善污泥的沉降特性,或去除处理系统的过量污泥,需进行较长时间的调整。

对污泥层高度的测量应在每天的同一时间进行,或连续进行,最好是在每天的最大流量期间,因为此时二沉池正工作在最大固体负荷。在每天对污泥层厚度测量后,才可考虑是否要调整污泥回流比。只要活性污泥过程工作正常,污泥回流速率的调整只需偶尔进行。

污泥的性能可由其在曝气池及二沉池中的行为来判断。由于曝气过程的不稳定性,进入二沉池的废水流量和固体含量均会变化。向若干二沉池的流量分配的不平衡也会使二沉池的固体负荷产生变化。即使流量的分配平衡,有一、二个二沉池的固体输入可能比其它二沉池要高许多。二沉池的固液分离效率与固体负荷、流量负荷以及污泥絮体的沉降特性有关。

污泥回流控制系统所需仪器有:MLSS 测定仪;回流污泥电磁流量计;回流污泥 SS 光学测定仪;二沉池底流电磁或超声测定仪;污泥层高度光学、超声或气升测定仪;TOC 测定仪;回流污泥湿井开关;变速泵;阀门;开关控制器;PID 流量控制器;污泥层高度控制器;报警器。图 2.51 是回流污泥的控制示意图,过程控制图的图例符号及字母含义可见图 2.45 和表 2.4、表 2.5。

例 2.6 废弃污泥的控制

不同形式的活性污泥过程都会产生一部分过量的污泥,必须被废弃。有的过程须废弃的污泥较多,有的较少。废弃污泥的出口可以设在某二沉池的底流,或污泥回流泵井,或单独的废弃污泥泵井,有时可直接从一个或若干个曝气池废弃。在实际生产中,污泥的废弃常从回流污泥中废弃一部分来实现。被废弃的污泥被传送浓缩设施,然后送往消化池。

废弃污泥的主要目的是维持活性污泥过程的固体含量。固体量过高,会使二沉池负荷过大;固体量过低,会影响曝气池内有机物的生物去除。同时,固体量不正常还会造成微生物絮体的沉降困难,影响固液分离效果。

活性污泥过程负荷变化对污泥废弃的影响与对污泥回流的影响相同。当微生物细胞的合成受到影响,为了保持处理过程的稳定,需调整污泥废弃的速率。负荷变化对污泥废弃速率控制的影响,要小于对污泥回流控制的影响,因为污泥

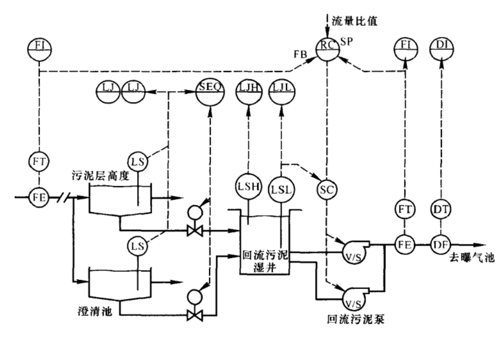


图 2.51　回流污泥的控制示意图

停留时间是以天计，而液体的停留时间是以小时计。溢流中的悬浮固体含量也应在计算时包括在废弃污泥总量中。废弃污泥的单位一般是每日的污泥质量。因此，须准确测量废弃污泥的流量及其固体含量。

污泥废弃可以是间歇式，也可以是连续式。污泥间歇废弃可以逐日进行，因排泥时间短，不易受悬浮固体浓度变化的影响，排泥总量可以准确测量；但排泥设施工作时处在高负荷状态，活性污泥过程在一段时间内固体含量失去平衡，需经过一段时间让微生物生长后才能到达平衡状态。

控制污泥废弃总量的最简单、最广泛使用的方法是废弃足够多的污泥以维持曝气池 MLVSS 的恒定。只要废水的水质、水量没有明显变化，这种污泥废弃方法就能保持良好的处理效果。实际生产中废弃污泥有 4 种方法：(1) 根据控制污泥停留时间(SRT)：污泥废弃量则由曝气池及二沉池固体总量和选定的 SRT 来求得，日废弃污泥量 = 固体总量/SRT；(2) 根据生物细胞合成速率：每小时污泥废弃量由新细胞的合成速率计算；(3) 根据质量流量设定值：设定值数值由曝气池 F/M 比来确定；(4) 根据废弃污泥流量设定值：该值由曝气池 MLSS 目标值确定。图 2.52 是污泥废弃过程控制示意图，过程控制图的图例符号及字母含义可见图 2.45 和表 2.4、表 2.5。

污泥废弃过程控制所需仪器有：电磁或超声废弃污泥流量计；光学废弃污泥

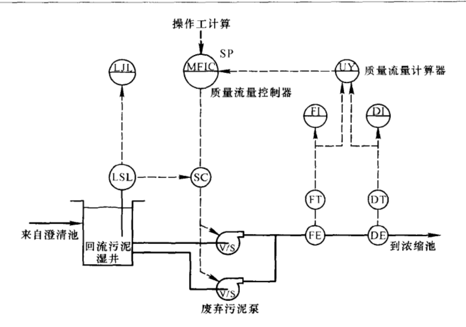


图 2.52 污泥废弃过程控制示意图

悬浮固体测定仪;光学、超声或气升污泥层高度仪;MLSS 测量仪;出水 SS 测量仪;TOC 测量仪;变速泵;阀门;泵转速控制器;废弃污泥流量计算器;报警器。

例 2.7 药剂投放的控制

药剂投放在废水处理中有多项用途,如在去除悬浮固体时投放高分子絮凝剂,污泥脱水前投放药剂进行调理,加石灰调节 pH,加氯进行消毒等。

药剂投放控制的目标是改善单元过程操作及降低药剂使用量。如果一个单元过程的进水动态范围大,则投加药剂的剂量须随之有较大变化。如果一个单元过程的后续单元对进水水质要求较高,则对该单元过程的药剂投放必须精确控制。

准确的药剂剂量一般难以确定,因为影响剂量确定的因素比较多。同时,药剂剂量对过程本身的作用机理和效果有时也未得到很好理解。因此,药剂投放剂量主要依靠经验模型来计算。

药剂投放的控制一般有 3 种方法:即人工设定流量控制、体积流量比例控制(图 2.53(a))和质量比例流量控制(图 2.53(b))。人工设定剂量投放的工作量很大,且极易造成药剂大量浪费;体积流量控制是基于药剂流量与进水流量的比值,将进水流量作为控制器的输入,控制器根据算得的比值确定计量泵转速;质量流量控制同样基于药剂流量与进水流量的比值,但加入一项质量流量的计算,并将该质量流量作为控制器的输入,控制器则根据质量流量确定计量泵的转速。

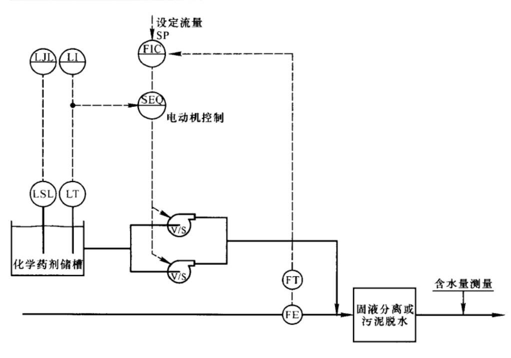


图 2.53(a)　药剂投放(体积流量)过程控制示意图

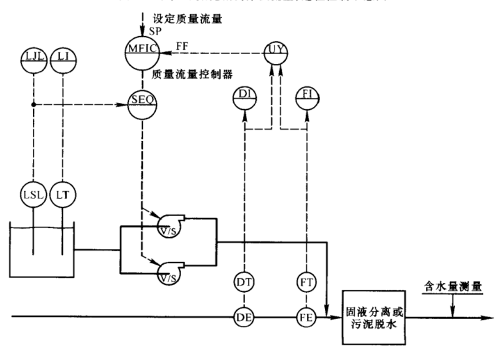


图 2.53(b)　药剂投放(质量流量)过程控制示意图

在这三种控制方法中，受控变量都是药剂的进药速率，控制变量是计量泵的转速，可测变量是过程进水流量、进水 SS、以及出水 SS。须注意，控制系统的时间常数较大，且无在线反馈信号。过程控制图的图例符号及字母含义可见图 2.46 和表 2.4、表 2.5。

药剂投放过程控制使用的仪器为：电磁流量计；光学 SS 分析仪；药剂槽液位开关；计量泵；PID 型体积或质量流量控制器；质量流量计算器。

第三章　动 态 分 析

为了对环境工程的过程进行有效的控制，在控制系统的设计阶段，应首先对过程的动态特性进行分析。进行过程动态特性分析的目的，是要了解当过程受到扰动或控制时，过程的性质或状态会发生什么变化。

对过程的扰动可以来自两个方面：一个是输入变量变化产生的扰动，如曝气池水质、水量的变化；另一个是过程内部设定值的变化，如曝气池 DO 浓度设定值的变化。这两方面的扰动都会对过程的性质或状态产生影响。同样，在对过程实施控制时，如对活性污泥过程的废弃污泥量或曝气池内废水停留时间施加 PID 控制，也会使过程的性质或状态产生变化。

过程的动态特性是指过程在受到扰动或控制时，过程的受控变量对扰动或控制的响应的迟早、快慢与大小。具体说，过程的受控变量有无自衡能力？如果有自衡能力，那么响应的初始状态如何？达到新的稳态所需时间如何？新的稳态值又是多少？如有必要时，还要分析响应随时间的变化情况，如超调量、衰减比等。

第一节　输入－输出模型

为了对过程进行动态分析，第一步还是要建立过程的模型，然后通过对模型在不同条件或参数下求解来实现过程的动态分析。

在本书“仿真”一章中，已对过程建模进行了较详细的介绍。读者可能已经看出，尽管过程仿真是使用计算机来进行，但对计算机花费时间的长短并无明确要求。若仅为理解过程动态而非用于控制，则可使用计算机对可能的参数和条件逐项进行运算求解，花费若干小时甚至若干天均可以被接受。但是，如须将仿真结果用于过程控制，则计算过程必须迅速，以便将结果用于在线或实时控制。由于许多过程控制中使用的计算机在芯片运行速度上远小于通用计算机，因此如何在有限速度芯片的约束下缩短模型的运算时间，就成了过程控制中要解决的重要问题。

上述问题的解决方法，就是将仿真中的状态变量模型，变换成控制中的输入－输出模型。在状态变量模型中，模型输入和输出的关系是隐含在模型方程或

方程组中的，读者须通过求解的复杂过程才能得知其输入和输出的关系，须花费较多的计算机运行时间。但在输入－输出模型中，模型输入和输出的关系已变得相对简单，甚至相当简单，以至用户可以迅速获得、甚至一眼就能看出该模型输入、输出之间的关系，使计算机的运行时间大大缩短。这样，在过程控制中用低速芯片来处理一个输入－输出模型，便能迅速得到结果，在线或实时控制也即可实现。

在过程控制中将状态变量模型转变成输入－输出模型、以便迅速得到求解结果的方法，也被移植到了过程的动态分析中。过程的输入－输出模型可以取代状态变量模型成为过程动态分析的有力工具，借助输入－输出模型利用低档计算机也可实现动态分析。可以说，仿真是以过程的状态变量模型为基础进行的，而动态分析是以过程的输入－输出模型为基础实现的。

所谓输入－输出模型，是以输出变量的显式表达式表述过程系统变量之间关系的模型。在数学上，过程的输入－输出模型实际上就是过程状态变量模型的积分表达式。当过程的状态变量和输出变量完全一致时，可以通过对状态变量模型的微分方程(组)积分求解来获得过程的输入－输出模型。

例 3.1 搅拌槽加热器的输入－输出模型

1. 建立状态变量模型

若有一搅拌槽加热器如图 3.1 所示。设液位高为 h，流体温度为 T，q_V 为流体体积流速，从系统总物料守恒可知：

$$d(\rho Ah)/dt = q_{V_i}\rho - q_V\rho$$

若流体密度恒定且液槽横截面积 A 不变，则液位高度随时间的变化率为：

$$dh/dt = (q_{V_i} - q_V)/A \qquad (3.1)$$

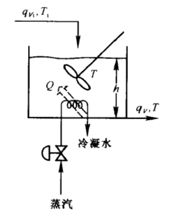


图 3.1 搅拌加热储槽示意图

由于槽体静止不动，槽中液体位能不变。与传递的能量相比，进、出搅拌槽液体动能的变化可以忽略不计，此外，该系统与环境没有机械能交换。因此，能量衡算只需要考虑内能的变化。对于液体，内能约等于焓，即 $U \approx H$。

由于 $H = \rho Ahc_p(T - T_0)$，其中 c_p 为流体热容，T_0 为基准温度，系统的能量衡算方程可写为：

$$d[\rho Ahc_p(T - T_0)]/dt = \rho q_{V_i}c_p(T_i - T_0) - \rho q_V c_p(T - T_0) + Q$$

若取基准温度 $T_0 = 0$ ℃，A 不变，则上式可简化为：

$$A\ dhT/dt = q_{V_i}T_i - q_V T + Q/\rho c_p$$

因为 $dhT/dt = h(dT/dt) + T(dh/dt) = h(dT/dt) + T[(q_{V_i} - q_V)/A\ ]$，

因而：

$$A\ \mathrm{d}hT/\mathrm{d}t = q_{V_i}T_i - q_V T + Q/\rho c_p = A\{h(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t) + T[(q_{V_i} - q_V)/A\ ]\}$$

$$Ah(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t) = q_{V_i}(T_i - T) + Q/\rho c_p \tag{3.2}$$

式(3.1)和式(3.2)即为搅拌槽加热器系统的状态方程。式中，状态变量为 h、T；输出变量为 h、T(皆可测量)；输入扰动变量为 q_{V_i}、T_i；控制变量为 q_V、Q、q_{V_i}；参数为 A、ρ、c_p。

2．建立输入－输出模型

若搅拌槽流入和流出液体流量恒等，即 $\mathrm{d}h/\mathrm{d}t = 0$，槽中液位 h 恒定。于是，惟一需要考虑的状态变量就是槽中温度 T。若蒸汽供热速度 Q 可以表示为：

$$Q = UA_t(T_{st} - T)$$

式中，U 为总传热系数，A_t 为传热面积，T_{st} 为蒸汽温度，则由式(3.2)可知其状态方程为：

$$(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t) + aT = (T_i/\tau) + KT_{st} \tag{3.3}$$

式中，$K = UA_t/h\rho Ac_p$，$1/\tau = q_{V_i}/hA$，　$a = K + (1/\tau)$

式(3.3)也为搅拌槽加热器系统的状态方程。由于 T 是过程惟一的输出变量，求解上式即可得到过程的输入输出模型。

若 $t_0 = 0$ 时，$\mathrm{d}T/\mathrm{d}t = 0$，系统处在稳态，则式(3.3)可写成：

$$0 + aT_s = (T_{i,s}/\tau) + KT_{st,s} \tag{3.4}$$

式中，下标 s 表示稳态。式(3.3)与(3.4)相减可得：

$$\mathrm{d}(T - T_s)/\mathrm{d}t + a(T - T_s) = (T_i - T_{i,s})/\tau + K(T_{st} - T_{st,s}) \tag{3.5}$$

定义偏差变量为相应变量与其稳态值之差：

$$T' = T - T_s,\quad T_i' = T_i - T_{i,s},\quad T_{st}' = T_{st} - T_{st,s}$$

则式(3.5)可简化为

$$\mathrm{d}\ T'/\mathrm{d}t + aT' = T_i'/\tau + KT_{st}' \tag{3.6}$$

式(3.6)是一个关于偏差变量 T' 的一阶非线性齐次微分方程，通解为：

$$T'(t) = c_1 e^{-at} + e^{-at}\int_0^t [T_i'/\tau + K\ T_{st}']e^{at}\mathrm{d}t \tag{3.7}$$

由初始条件 $T'(t_0) = 0$ 可以确定积分常数 $c_1 = 0$，因此方程的特解为：

$$T'(t) = e^{-at}\int_0^t [T_i'/\tau + KT_{st}']e^{at}\mathrm{d}t \tag{3.8}$$

式(3.8)就是该搅拌加热储槽系统的输入－输出模型。其图解表示见图(3.2)。

例 3.2　混合过程的输入－输出模型

1．建立状态变量模型

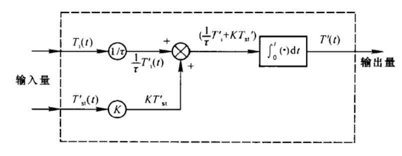


图 3.2 搅拌加热储槽的输入－输出模型

两股物料流 A 和 B 的混合过程如图 3.3 所示。两股进料流都包含 A、B 两种组分。浸没在液体中的换热管用以补充或移走热量。该过程的操作目标是：混合后产物流中组分 A 的摩尔浓度 ρ_A 和温度 T 符合规定要求。由于该过程为混合过程，在确定了 A 组分的摩尔浓度后，根据系统内总的质量数即可得知 B 组分浓度。因此，此例中对组分 B 的浓度不另行考虑。

根据过程的特征和操作目标，可以确定过程的状态变量为：(1) 液位 h，虽然 h 不是直接要求的操作目标，但其稳定性对换热和混合过程都有重要影响，因此列为状态变量；(2) 混合物中组分 A 的浓度 ρ_A；(3) 混合物的温度 T。

(1) 总物料守恒

$$d(\rho Ah)/dt = q_{V1}\rho_1 + q_{V2}\rho_2 - q_V\rho$$

式中，A 为液槽面积，h 为液位高度，ρ_1、ρ_2、ρ 分别为进料流 1 密度、进料流 2 密度及混合物总密度。应当注意，在许多情况下，混合过程中混合物密度 ρ 的变化是比较大的。为了简化问题，假定密度 $\rho_1 = \rho_2 = \rho =$ 常数。于是上式可简化为：

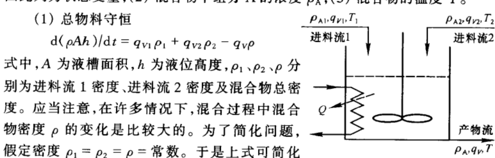


图 3.3 物料流混合示意图

$$dh/dt = [(q_{V1} + q_{V2}) - q_V]/A \qquad (3.9)$$

(2) 组分 A 守恒方程 令 $V = Ah$，可得：

$$d(V\rho_A)/dt = (q_{V1}\rho_{A1} + q_{V2}\rho_{A2}) - q_V\rho_A$$

根据复合函数求导方法，结合方程(3.9)，由上式可得：

$$d\rho_A/dt = [q_{V1}(\rho_{A1} - \rho_A) + q_{V2}(\rho_{A2} - \rho_A)]/V \qquad (3.10)$$

(3) 能量守恒方程：若假定密度 $\rho_1 = \rho_2 = \rho =$ 常数，$V = Ah$，则：

$$d(V\rho H)/dt = (q_{V1}\rho H_1 + q_{V2}\rho H_2) - q_V\rho H \pm Q \qquad (3.11)$$

式中，H_1、H_2、H 分别为进料流 1、2 及出料流的比焓或单位质量的焓：

$$H(T) = H(T_0) + c_p(T - T_0) \qquad (3.12.1)$$

$$H_1(T_1)=H_1(T_0)+c_{p1}(T_1-T_0) \tag{3.12.2}$$

$$H_2(T_2)=H_2(T_0)+c_{p2}(T_2-T_0) \tag{3.12.3}$$

在温度为 T_0 时，

$$\rho H(T_0)=\rho_A H_A+\rho_B H_B+\rho_A \Delta H_s(T_0) \tag{3.13.1}$$

$$\rho H_1(T_0)=\rho_{A1} H_A+\rho_{B1} H_B+\rho_{A1} \Delta H_{s1}(T_0) \tag{3.13.2}$$

$$\rho H_2(T_0)=\rho_{A2} H_A+\rho_{B2} H_B+\rho_{A2} \Delta H_{s2}(T_0) \tag{3.13.3}$$

式中，H_A、H_B 分别为温度为 T_0 时组分 A 和 B 的摩尔焓(单位摩尔的焓)，ΔH_s、ΔH_{s1}、ΔH_{s2}分别为温度为 T_0 时组分 A 在进料流 1、2 及出料流中的单位摩尔溶解热。将式(3.12)和(3.13)代入(3.11)，可得：

$$\begin{aligned}
&\mathrm{d}[V(\rho_A H_A+\rho_B H_B+\rho_A\Delta H_s)+Ah\rho c_p(T-T_0)]/\mathrm{d}t \\
&=q_{V2}(\rho_{A1}H_A+\rho_{B1}H_B+\rho_{A1}\Delta H_{s1})+q_{V2}\rho c_{p1}(T_1-T_0) \\
&\quad+q_{V2}(\rho_{A2}H_A+\rho_{B2}H_B+\rho_{A2}\Delta H_{s2})+q_{V2}\rho c_{p2}(T_2-T_0) \\
&\quad-q_V(\rho_A H_A+\rho_B H_B+\rho_A\Delta H_s)-q_V\rho c_p(T-T_0)\pm Q
\end{aligned} \tag{3.14}$$

式(3.14)可写成：

$$\begin{aligned}
&\rho c_p \mathrm{d}V(T-T_0)/\mathrm{d}t+H_A[\mathrm{d}(V\rho_A)/\mathrm{d}t-q_{V1}\rho_{A1}-q_{V2}\rho_{A2}+q_V\rho_A] \\
&\quad+H_B[\mathrm{d}(V\rho_B)/\mathrm{d}t-q_{V1}\rho_{B1}-q_{V2}\rho_{B2}+q_V\rho_B]+\Delta H_s[\mathrm{d}(V\rho_A)/\mathrm{d}t] \\
&=q_{V1}\rho_{A1}\Delta H_{s1}+q_{V1}\rho c_{p1}(T_1-T_0)+q_{V2}\rho_{A2}\Delta H_{s2}+q_{V2}\rho c_{p2}(T_2-T_0) \\
&\quad-q_V\rho_A\Delta H_s-q_V\rho c_p(T-T_0)\pm Q
\end{aligned}$$

因　$\mathrm{d}(V\rho_A)/\mathrm{d}t-q_{V1}\rho_{A1}-q_{V2}\rho_{A2}+q_V\rho_A=0$，　$\mathrm{d}(V\rho_B)/\mathrm{d}t-q_{V1}\rho_{B1}-q_{V2}\rho_{B2}+q_V\rho_B=0$，可得：

$$\begin{aligned}
&\rho c_p \mathrm{d}VT/\mathrm{d}t+\Delta H_s[\mathrm{d}(V\rho_A)/\mathrm{d}t]=q_{V1}\rho_{A1}\Delta H_{s1}+q_{V1}\rho c_{p1}(T_1-T_0)+ \\
&\quad q_{V2}\rho_{A2}\Delta H_{s2}+q_{V2}\rho c_{p2}(T_2-T_0)-q_V\rho_A\Delta H_s-q_V\rho c_p(T-T_0)\pm Q
\end{aligned} \tag{3.15}$$

因为　$\mathrm{d}(V\rho_A)/\mathrm{d}t=q_{V1}\rho_{A1}+q_{V2}\rho_{A2}-q_V\rho_A$，且

$$\rho c_p \mathrm{d}VT/\mathrm{d}t=\rho c_p V\mathrm{d}T/\mathrm{d}t+\rho c_p T\mathrm{d}V/\mathrm{d}t=\rho c_p V\mathrm{d}T/\mathrm{d}t$$

故式(3.15)可写成：

$$\begin{aligned}
&\rho c_p V\mathrm{d}T/\mathrm{d}t+\Delta H_s(q_{V1}\rho_{A1}+q_{V2}\rho_{A2}-q_V\rho_A)=q_{V1}\rho_{A1}\Delta H_{s1}+q_{V1}\rho c_{p1}(T_1-T_0) \\
&\quad+q_{V2}\rho_{A2}\Delta H_{s2}+q_{V2}\rho c_{p2}(T_2-T_0)-q_V\rho_A\Delta H_s-q_V\rho c_p(T-T_0)\pm Q
\end{aligned} \tag{3.16}$$

因 $q_V=q_{V1}+q_{V2}$，故 $q_V\rho c_p(T-T_0)=(q_{V1}+q_{V2})\rho c_p(T-T_0)$，代入使(3.16)可得：

$$\begin{aligned}
&\rho c_p V(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t)=q_{V1}\rho_{A1}(\Delta H_{s1}-\Delta H_s)+q_{V2}\rho_{A2}(\Delta H_{s2}-\Delta H_s)+\rho q_{V1}[c_{p1}(T_1-T_0) \\
&\quad-c_p(T-T_0)]+\rho q_{V2}[c_{p2}(T_2-T_0)-c_p(T-T_0)]\pm Q
\end{aligned} \tag{3.17}$$

若 ρ_A 变化不大，可以假定 $c_{p1}=c_{p2}=c_p$，由式(3.17)可得：

$$\rho c_p V(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t)=q_{V1}\rho_{A1}(\Delta H_{s1}-\Delta H_s)+q_{V2}\rho_{A2}(\Delta H_{s2}-\Delta H_s)+\rho c_p q_{V1}(T_1-T)+\rho c_p q_{V2}(T_2-T)\pm Q \tag{3.18}$$

综上所述，式(3.9)、(3.10)和(3.18)就是该混合过程的状态变量模型。

2. 建立输入 – 输出模型

若仍假定槽中液位恒定，则描述液位变化的状态方程式(3.9)不必考虑。为简化问题，再假定溶解热与溶液组成无关，即 $\Delta H_{s1}=\Delta H_{s2}=\Delta H_s$，同时 $q_{V1}+q_{V2}=q_V$，于是，描述槽中物料 A 浓度变化及温度变化的状态方程式(3.10)和(3.18)可进一步简化为：

$$\mathrm{d}\rho_A/\mathrm{d}t+(1/V)(q_{V1}+q_{V2})\rho_A=(1/V)(q_{V1}\rho_{A1}+q_{V2}\rho_{A2}) \tag{3.19}$$

$$\mathrm{d}T/\mathrm{d}t+(1/V)(q_{V1}+q_{V2})T=(1/V)(q_{V1}T_1+q_{V2}T_2)\pm Q/V\rho c_p \tag{3.20}$$

稳态时，

$$(1/V)(q_{V1}+q_{V2})\rho_{A,s}=(1/V)(q_{V1}\rho_{A1,s}+q_{V2}\rho_{A2,s}) \tag{3.21}$$

$$(1/V)(q_{V1}+q_{V2})T_s=(1/V)(q_{V1}T_{1,s}+q_{V2}T_{2,s})\pm Q_s/V\rho c_p \tag{3.22}$$

式中，$\rho_{A,s}$、$\rho_{A1,s}$、$\rho_{A2,s}$、T_s、$T_{1,s}$、$T_{2,s}$ 分别为相应变量的稳态值。用式(3.19)减式(3.21)，式(3.20)减(3.22)，并定义偏差变量：

$$\rho'_A=\rho_A-\rho_{A,s},\ \rho'_{A,1}=\rho_{A,1}-\rho_{A1,s},\ \rho_{A,2}=\rho_{A,2}-\rho_{A2,s},$$

$$T'=T-T_s,\ T'_1=T_1-T_{1,s},\ T'_2=T_2-T_{2,s},\ Q'=Q-Q_s$$

再令 $K=1/V\rho c_p$，$a=q_{V1}/V+q_{V2}/V$，可得方程：

$$\mathrm{d}\rho'_A/\mathrm{d}t+a\rho'_A=(q_{V1}/V)\rho'_{A1}+(q_{V2}/V)\rho'_{A2} \tag{3.23}$$

$$\mathrm{d}T'/\mathrm{d}t+aT'=(q_{V1}/V)T'_1+(q_{V2}/V)T'_2\pm KQ' \tag{3.24}$$

上述两个方程的通解分别为：

$$\rho'_A(t)=c_1\mathrm{e}^{-at}+\mathrm{e}^{-at}\int_0^t\mathrm{e}^{at}[(q_{V1}/V)\rho'_{A1}+(q_{V2}/V)\rho'_{A2}]\mathrm{d}t \tag{3.25}$$

$$T'(t)=c_2\mathrm{e}^{-at}+\mathrm{e}^{-at}\int_0^t\mathrm{e}^{at}[(q_{V1}/V)T'_1+(q_{V2}/V)T'_2\pm KQ']\mathrm{d}t$$

由初始条件 $T'(t_0)=0$ 和 $\rho'_A(t_0)=0$ 可以确定积分常数 $c_1=0$、$c_2=0$。因此上述方程的特解分别为：

$$\rho'_A(t)=\mathrm{e}^{-at}\int_0^t\mathrm{e}^{at}[(q_{V1}/V)\rho'_{A1}+(q_{V2}/V)\rho'_{A2}]\mathrm{d}t \tag{3.26}$$

$$T'(t)=\mathrm{e}^{-at}\int_0^t\mathrm{e}^{at}[(q_{V1}/V)T'_1+(q_{V2}/V)T'_2\pm KQ']\mathrm{d}t \tag{3.27}$$

方程(3.26)和(3.27)就是混合过程的输入 – 输出模型，其图解表示见图 3.4。

在以上两例中，过程的状态变量恰好都是输出变量，因此直接求解状态方程即可得到过程的输入 – 输出模型。有时过程的状态变量会比输出变量多，在导

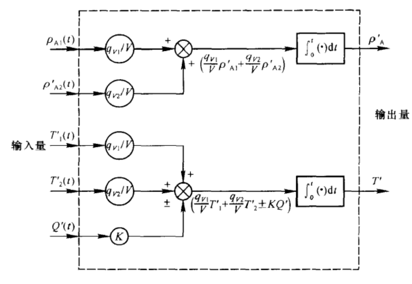


图 3.4 混合过程的输入－输出模型

出过程的输入－输出模型时可以用多个微分方程联立求解的方法来处理。若某些过程具有较强的非线性，过程的状态变量之间的关系只能用非线性方程来描述，这时在建立状态变量乃至输入－输出模型时首先要考虑的，是将非线性模型线性化。

第二节 非线性系统线性化

为了在有限速度的计算机芯片上对过程进行动态分析并且能迅速得到结果，方法之一是使用输入－输出模型代替状态变量模型。但是，如果过程的状态变量模型是非线性的，则因为目前还没有求非线性微分方程解析解的通用方法，还不能对非线性系统作全面的分析，因而不易从过程的状态变量模型导出输入－输出模型。此时需做的工作，是将过程的非线性模型线性化，以便从线性化的状态变量模型近似得到原来模型某一区段的解析解，亦即可直接用于动态分析或过程控制的该区段的输入－输出模型。

一、单变量系统线性化

设有描述已知过程的单变量非线性微分方程为 $dy/dx = f(x)$，在稳态点 x_0 附近将 $f(x)$展开成 Taylor 级数，可得：

$$dy/dx = f(x)$$

$$= f(x_0) + (\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x0}[(x - x_0)/1!] + (\mathrm{d}^2 f/\mathrm{d}x^2)_{x0}[(x - x_0)^2/2!] + \cdots$$
$$+ (\mathrm{d}^n f/\mathrm{d}x^n)_{x0}[(x - x_0)^n/n!] + \cdots \tag{3.28}$$

舍去二次以上高次项，可得下列线性近似式：

$$\mathrm{d}y/\mathrm{d}x \approx f(x_0) + (\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x0}(x - x_0) \tag{3.29}$$

式(3.28)和式(3.29)之间误差的数量级与式$(\mathrm{d}^2 f/\mathrm{d}x^2)_{x0}[(x - x_0)^2/2!]$相同，因而只有在 x 非常接近 x_0 时，线性近似式才适用。

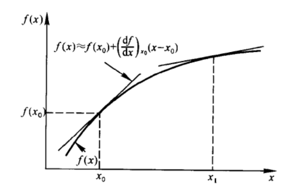


图 3.5 非线性函数的线性近似

上述近似方法的图解说明可见图 3.5。曲线表示函数 $f(x)$，$(\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x_0}$ 在图中就是在 x_0 点的切线斜率，近似线性表达式 $f(x_0) + (\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x_0}(x - x_0)$为在$[x_0, f(x_0)]$点的切线方程。因此，用泰勒级数展开式前两顶近似表示某一函数的几何意义，就是用过展开点即线性化点的切线来近似原函数。可以看出，这种近似的精确度或误差大小与变量离线性化点的距离有关。在线性化点附近一个较小的范围内，线性函数 $f(x_0) + (\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x0}(x - x_0)$与原函数 $f(x)$数值差异不大，可以给出良好的近似。而在离 x_0 较远的区域，这种近似就会产生大的偏差。例如在 x_1 点线性化值和原函数值就有较大误差。

例 3.3 废水储槽液位模型线性化

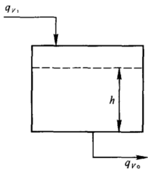
设有图 3.6 所示的废水储槽。液位高度与流入和流出的废水流量有关，与储槽的横截面面积 A 也有关：$A(\mathrm{d}h/\mathrm{d}t) = q_{V_i} - q_{V_o}$。若 $q_{V_o} = kh^{0.5}$，则方程

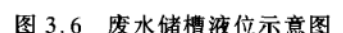
$$A(\mathrm{d}h/\mathrm{d}t) + kh^{0.5} = q_{V_i} \tag{3.30}$$

为非线性方程。为了对该方程线性化，仅需对式(3.30)中非线性项 $kh^{0.5}$线性化。为此，利用 Taylor 展开得：

$$kh^{0.5} = kh_0^{0.5} + [\mathrm{d}(kh^{0.5})/\mathrm{d}h]_{h=h_0}(h - h_0) + \cdots$$
$$\approx kh_0^{0.5} + (0.5k/h_0^{0.5})(h - h_0) \tag{3.31}$$

所以，线性化方程为：$A(\mathrm{d}h/\mathrm{d}t) + 0.5kh/h_0^{0.5} = q_{V_i} - 0.5kh_0^{0.5}$ (3.32)




图 3.6　废水储槽液位示意图

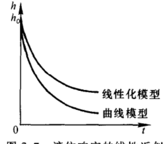


图 3.7　液位响应的线性近似

槽中液位 h 随时间变化的原函数曲线，及在 $t=0$ 及 $h=0$ 处线性化的模型响应曲线如图 3.7 所示。可以看出，在初始时刻及其附近，液位 h 偏离线性化点 h_0 不远，线性化状态方程产生的误差不大。随着时间的推移，液位 h 逐渐远离 h_0，线性化方程的误差逐渐变大，曲线之间产生了明显差异。这说明用泰勒级数展开取前两项进行线性化的方法，适用于线性化点附近区域。正确的线性化点的选择，对非线性系统线性化的成功有重要意义。线性化点的选择，一般是取过程的稳态点。因为一般而言，一个实际过程在正常运行时是工作在其稳态点。在稳态点实行非线性系统线性化，具有实际工程意义。

二、多变量系统线性化

对于多变量非线性系统，同样可利用上述方法线性化。若动态系统含两个变量，微分方程分别为 $\mathrm{d}x_1/\mathrm{d}t=f_1(x_1,x_2)$、$\mathrm{d}x_2/\mathrm{d}t=f_2(x_1,x_2)$，则在 $(x_{1,0},x_{2,0})$ 点的 Taylor展开并忽略二次以上高次项的线性化近似方程分别为：

$$\mathrm{d}x_1/\mathrm{d}t=f_1(x_1,x_2)=f_1(x_{1,0},x_{2,0})+(\mathrm{d}f_1/\mathrm{d}x_1)_{(x_{1,0};x_{2,0})}(x_1-x_{1,0})+(\mathrm{d}f_1/\mathrm{d}x_2)_{(x_{1,0};x_{2,0})}(x_2-x_{2,0}) \tag{3.33}$$

$$\mathrm{d}x_2/\mathrm{d}t=f_2(x_1,x_2)=f_2(x_{1,0},x_{2,0})+(\mathrm{d}f_2/\mathrm{d}x_1)_{(x_{1,0};x_{2,0})}(x_1-x_{1,0})+(\mathrm{d}f_2/\mathrm{d}x_2)_{(x_{1,0};x_{2,0})}(x_2-x_{2,0}) \tag{3.34}$$

若 $x_{1,s}$，$x_{2,s}$分别为稳态值，则 $0=f_1(x_{1,s},x_{2,s})$，$0=f_2(x_{1,s},x_{2,s})$。令偏差变量 $x'_1=x_1-x_{1,s}$，$x'_2=x_2-x_{2,s}$，可得偏差变量的线性化方程为：

$$\mathrm{d}x'_1/\mathrm{d}t=(\mathrm{d}f_1/\mathrm{d}x_1)_{(x_{1,s};x_{2,s})}x'_1+(\mathrm{d}f_1/\mathrm{d}x_2)_{(x_{1,s};x_{2,s})}x'_2 \tag{3.35}$$

$$\mathrm{d}x'_2/\mathrm{d}t=(\mathrm{d}f_2/\mathrm{d}x_1)_{(x_{1,s};x_{2,s})}x'_1+(\mathrm{d}f_2/\mathrm{d}x_2)_{(x_{1,s};x_{2,s})}x'_2 \tag{3.36}$$

例 3.4　连续搅拌反应釜模型线性化　若有一连续搅拌反应釜如图 3.8 所示，其组分 ρ_A 及温度 T 的动态方程分别为：

$$d\rho_A/dt = (1/\tau)(\rho_{A_i} - \rho_A) - k_0 e^{-E/RT}\rho_A \tag{3.37}$$

$$dT/dt = (1/\tau)(T_i - T) + Jk_0 e^{-E/RT}\rho_A - UA(T - T_c)/\rho c_p V \tag{3.38}$$

式中，$1/\tau = q_{V_i}/V$，U 为传热系数，A 为传热面积，ρ 为流体密度，c_p是反应混合物比热，$J = (-\nabla H_r)/\rho c_p$，$(-\nabla H_r)$为温度 T 时的反应热。由于方程(3.37)、(3.38)中有非线性项 $e^{-E/RT}\rho_A$，所以上述方程均为非线性。为了将上述方程线性化，只需在某一点(ρ_{A0}, T_0)将非线性项线性化。因此展开 $e^{-E/RT}\rho_A$ 可得：

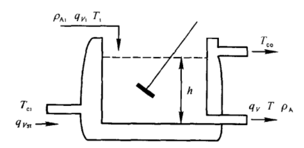


图 3.8 连续搅拌反应釜示意图

$$\begin{aligned} e^{-E/RT}\rho_A &\approx e^{-E/RT_0}\rho_{A0} + [\partial(e^{-E/RT}\rho_A)/\partial t]_{(\rho_{A0},T_0)}(T - T_0) + [\partial(e^{-E/RT_0} \\ &\quad \rho_A)/\partial\rho_A]_{(\rho_{A0},T_0)}(\rho_A - \rho_{A0}) \\ &= e^{-E/RT_0}\rho_{A0} + [(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A0}](T - T_0) + e^{-E/RT_0}(\rho_A - \rho_{A0}) \end{aligned} \tag{3.39}$$

将式(3.39)代入(3.37)和(3.38)，可得连续搅拌反应釜线性化模型如下：

$$\begin{aligned} d\rho_A/dt &= (1/\tau)(\rho_{A_i} - \rho_A) - k_0\{e^{-E/RT_0}\rho_{A0} + [(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A0}] \\ &\quad (T - T_0) + e^{-E/RT_0}(\rho_A - \rho_{A0})\} \end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned} dT/dt &= (1/\tau)(T_i - T) + Jk_0\{e^{-E/RT_0}\rho_{A0} + [(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A0}] \\ &\quad (T - T_0) + e^{-E/RT_0}(\rho_A - \rho_{A0})\} - UA(T - T_c)/\rho c_p V \end{aligned} \tag{3.41}$$

第三节 传递函数

由以上介绍可知，从过程的状态变量模型导出过程的输入-输出模型，实际上是对状态变量模型的微分方程求解，过程微分方程的通解或特解就是过程的输入-输出模型。尽管相对于状态变量模型而言，过程内变量间的因果关系在微分方程解中已有所显化，但这种解的形式有时含有积分项，如式 3.8、3.26、3.27 所示，对于过程动态分析而言，仍然比较复杂。这时，可以使用传递函数作为输入-输出模型进行过程的动态分析。

传递函数的定义是以偏差形式表示的输出量的拉普拉斯变换与以偏差形式表示的输入量的拉普拉斯变换之比，如图 3.9 所示。时域 t 内的输入函数 $f(t)$ 的拉普拉斯变换为 $\bar{f}(s)$，s 为定义在复平面上的变量（$s = a + jb$）；时域 t 内的输出函数 $y(t)$ 的拉普拉斯变换为 $\bar{y}(s)$；该过程的传递函数为定义在复平面 s 上的函数 $G(s)$。

输入 $f(t)$　过程　输出 $y(t)$　　输入 $\bar{f}(s)$　$G(s)$　输出 $\bar{y}(s)$

图 3.9　单输入单输出过程及传递函数关系

一、拉普拉斯变换

拉普拉斯变换是求解线性或线性化微分方程的重要方法。可以先通过拉普拉斯变换，将时域 t 内的微分方程转变成复数域 s 内的代数方程，并进而求得该代数方程的解，然后再通过拉普拉斯反变换将复数域 s 内的代数方程解转变成时域 t 内的微分方程解。函数 $f(t)$ 的拉普拉斯变换的定义为：

$$L[f(t)] = \bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \tag{3.42}$$

使用拉普拉斯变换的优点是，一方面可以从过程的线性微分方程或状态变量模型比较方便地得到该过程的输入－输出模型，以实现过程控制或动态分析；另一方面可以导出过程的传递函数 $G(s)$，使数学处理从微分方程水平简化到代数方程水平，使过程控制或动态分析更为简便。所以，尽管拉普拉斯变换是数学问题，但由于其重要作用，在许多有关过程控制或动态分析的教科书中仍将其列为必要内容予以介绍。

1. 拉普拉斯变换的线性运算

$$L[a_1f_1(t) + a_2f_2(t)] = a_1L[f_1(t)] + a_2L[f_2(t)] \tag{3.43}$$

证明：
$$L[a_1f_1(t) + a_2f_2(t)] = \int_0^{\infty}[a_1f_1(t) + a_2f_2(t)]e^{-st}dt$$
$$= a_1\int_0^{\infty}f_1(t)e^{-st}dt + a_2\int_0^{\infty}f_2(t)e^{-st}dt$$
$$= a_1L[f_1(t)] + a_2L[f_2(t)]$$

2. 基本函数的拉普拉斯变换

(1) 指数函数　对于 $f(t) = e^{-at}$（$t \geqslant 0$），有 $L[e^{-at}] = 1/(s+a)$　(3.44)

证明：$L[e^{-at}] = \int_0^{\infty} e^{-at}e^{-st}dt = \int_0^{\infty} e^{-(a+s)t}dt = 1/(s+a)$

(2) 斜坡函数　对于 $f(t) = at$（$t \geqslant 0$），有 $L[at] = a/s^2$　(3.45)

证明：$L[at] = \int_0^{\infty} ate^{-st}dt = (-ate^{-st}/s)_0^{\infty} + \int_0^{\infty}(a/s)e^{-st}dt$

$$=(-0+0)+(a/s)(-e^{-st}/s)_0^\infty = a/s^2$$

(3) 三角函数　对于 $f(t)=\sin\omega t$,有

$$L[\sin\omega t]=\omega/(s^2+\omega^2) \tag{3.46}$$

证明: $L[\sin\omega t]=\int_0^\infty \sin\omega t e^{-st}dt=\int_0^\infty[(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t})/2j]e^{-st}dt$

$$=(1/2j)\int_0^\infty[(e^{-(s-j\omega)t}-e^{-(s+j\omega)t})]dt$$

$$=(1/2j)[(e^{-(s-j\omega)t})/(s-j\omega)-(e^{-(s+j\omega)t})/(s+j\omega)]_0^\infty$$

$$=(1/2j)[1/(s-j\omega)-1/(s+j\omega)]=\omega/(s^2+\omega^2)$$

(4) 阶跃函数　对于 $f(t)=A$(当 $t>0$)或 0(当 $t<0$),有 $L[A]=A/s$ (3.47)

证明: $L[A]=\int_0^\infty Ae^{-st}dt=(A/-s)(e^{-st})_{0^+}^\infty=A/s$

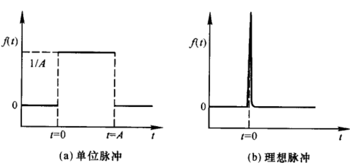


图 3.10　单位脉冲和理想脉冲函数示意图

(5) 单位脉冲函数　设有图 3.10(a)中的单位脉冲函数,高 $1/A$,宽 A,脉冲下的面积为 $(1/A)A=1$,定义为 $\delta_a(t)$。$\delta_a(t)=0$(当 $t<0$),$\delta_a(t)=(1/A)$(当 $0<t<A$),$\delta_a(t)=0$(当 $t>A$)。

则

$$L[\delta_a(t)]=(1/A)[(1-e^{-sA})/s] \tag{3.48}$$

证明:将 $\delta_a(t)$ 看成是两个阶跃函数 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的组合,$f_2(t)=f_1(t-A)$,则 $L[\delta_a(t)]=L[f_1(t)-f_1(t-A)]=L[f_1(t)]-e^{-sA}L[f_1(t)]=(1/As)-(1/As)e^{-sA}=(1/A)[(1-e^{-sA})/s]$

(6) 理想脉冲函数　对于理想脉冲函数,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1,\text{则 } L[\delta(t)]=1 \tag{3.49}$$

证明:因 $\delta(t)=\lim\limits_{A\to0}\delta_a(t)$,故 $L[\delta(t)]=L[\lim\limits_{A\to0}\delta_a(t)]$

$$=\int_0^\infty \lim_{A\to0}\delta_a(t)e^{-st}dt=\lim_{A\to0}\int_0^\infty\delta_a(t)e^{-st}dt$$

$$= \lim_{A\to 0}\{(1/A)[(1-e^{-sA})/s]\} = \lim_{A\to 0}[(se^{-sA})/s] = 1$$

3. 导数的拉普拉斯变换

对于导数 $d^{(n)}f(t)/dt^n$，其拉普拉斯变换

$$L[d^{(n)}f(t)/dt^n] = s^n\bar{f}(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \cdots sf^{n-2}(0) - f^{n-1}(0) \tag{3.50}$$

式中，$\bar{f}(s) = L[f(t)]$。若导数为一阶，$df(t)/dt$，则：

$$L[df(t)/dt] = s\bar{f}(s) - f(0)$$

可证明如下：

$$L[df(t)/dt] = \int_0^\infty [df(t)/dt]e^{-st}dt = e^{-st}f(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty se^{-st}f(t)dt$$

$$= [0 - f(0)] + s\int_0^\infty e^{-st}f(t)dt = s\bar{f}(s) - f(0)。$$

若导数为二阶，$d^2f(t)/dt^2$，则 $L[d^2f(t)/dt^2] = s^2\bar{f}(s) - sf(0) + f'(0)$，证明方法同上。

4. 积分的拉普拉斯变换

对于积分 $\int_0^t f(t)dt$，其拉普拉斯变换 $L\left(\int_0^t f(t)dt\right) = (1/s)\bar{f}(s)$　(3.51)

证明：$L\left(\int_0^t f(t)dt\right) = \int_0^\infty\left[\int_0^t f(t)dt\right]e^{-st}dt$，设 $u = e^{-st}$，$v = \int_0^t f(t)dt$，则 $du = -se^{-st}dt$，$dv = f(t)dt$，此时可得：

$$\int_0^\infty\left[\int_0^t f(t)dt\right]e^{-st}dt = (-1/s)\int_0^\infty v du = (-1/s)\left[(vu)\Big|_0^\infty - \int_0^\infty u dv\right]$$

$$= (-1/s)\left\{\left[\int_0^t f(t)dt\right]e^{-st}\right\}_0^\infty + (1/s)\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

$$= (-1/s)(0-0) + (1/s)f(s) = (1/s)\bar{f}(s)$$

二、传递函数

若有一单输入单输出过程，如图 3.9(a)所示，动态特性为一线性或线性化微分方程：

$$a_n(d^ny/dt^n) + a_{n-1}(d^{n-1}y/dt^{n-1}) + \cdots + a_1(dy/dt) + a_0y = bf(t) \tag{3.52}$$

式中，$y(t)$与 $f(t)$分别是以偏差形式表示的输出量与输入量。假定系统的初始状态是稳态，则：

$$y(0) = (dy/dt)_{t=0} = (d^2y/dt^2)_{t=0} = \cdots = (d^{n-1}y/dt^{n-1})_{t=0} = 0$$

对式(3.52)两边进行拉普拉斯变换，并利用初始的稳态条件，可得该单输入单输出过程的传递函数 $G(s)$，如图 3.9(b)所示。

$$\bar{y}(s)/\bar{f}(s)=G(s)=b/(a_ns^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0) \quad (3.53)$$

$$\bar{y}(s)=G(s)\bar{f}(s) \quad (3.54)$$

若过程为2个输入1个输出，如图3.11(a)所示，动态特性也为线性微分方程：

$$a_n(\mathrm{d}^ny/\mathrm{d}t^n)+a_{n-1}(\mathrm{d}^{n-1}y/\mathrm{d}t^{n-1})+\cdots+a_1(\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)+a_0y$$
$$=b_1f_1(t)+b_2f_2(t) \quad (3.55)$$

式中，$y(t)$、$f_1(t)$、$f_2(t)$分别是以偏差形式表示的1个输出量与2个输入量。假定系统的初始状态是稳态，对式(3.55)两边进行拉普拉斯变换，并利用初始的稳态条件，可得该2个输入1个输出过程的两个传递函数$G_1(s)$和$G_2(s)$：

$$G_1(s)=b_1/(a_ns^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0) \quad (3.56)$$

$$G_2(s)=b_2/(a_ns^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0) \quad (3.57)$$

输出变量的拉普拉斯变换则为：

$$\bar{y}(s)=G_1(s)\bar{f}_1(s)+G_2(s)\bar{f}_2(s) \quad (3.58)$$

过程的传递函数关系如图3.11(b)所示。

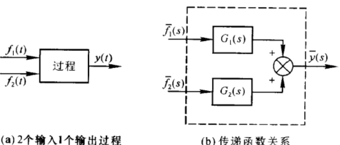


图3.11　2个输入1个输出过程及传递函数关系

若过程为2个输入2个输出，模型为两个用偏差变量表示的线性微分方程：

$$(\mathrm{d}y_1/\mathrm{d}t)=a_{11}y_1+a_{12}y_2+b_{11}f_1(t)+b_{12}f_2(t) \quad (3.59)$$

$$(\mathrm{d}y_2/\mathrm{d}t)=a_{21}y_1+a_{22}y_2+b_{21}f_1(t)+b_{22}f_2(t) \quad (3.60)$$

初始条件为稳态：$y_1(0)=y_2(0)=0$。对式(3.59)、(3.60)的两边分别取拉普拉斯变换，可得：

$$\bar{y}_1(s)=G_{11}(s)\bar{f}_1(s)+G_{12}(s)\bar{f}_2(s) \quad (3.61)$$

$$\bar{y}_2(s)=G_{21}(s)\bar{f}_1(s)+G_{22}(s)\bar{f}_2(s) \quad (3.62)$$

式中，

$$G_{11}(s)=[(s-a_{22})b_{11}+a_{12}b_{21}]/P(s) \quad (3.63)$$

$$G_{12}(s)=[(s-a_{22})b_{12}+a_{12}b_{22}]/P(s) \quad (3.64)$$

$$G_{21}(s)=[(s-a_{11})b_{21}+a_{21}b_{11}]/P(s) \quad (3.65)$$

$$G_{22}(s)=[(s-a_{11})b_{22}+a_{21}b_{12}]/P(s) \quad (3.66)$$

$$P(s)=s^2-(a_{11}+a_{22})s-(a_{12}a_{21}-a_{11}a_{22}) \tag{3.67}$$

由以上分析可知，对于具有 m 个输入量和 n 个输出量的过程而言，可以得到 $m\times n$ 个传递函数，形成 n 行 m 列的传递矩阵。

通常，传递函数为两个多项式之比：$G(s)=Q(s)/P(s)$。多项式 $Q(s)$的根称为传递函数的零点，或动态特性用传递函数 $G(s)$来描述的系统的零点，当 s 取 $G(s)$的零点值时，传递函数为 0。多项式 $P(s)$的根称为传递函数的极点，或动态特性用传递函数 $G(s)$来描述的系统的极点，当 s 取 $G(s)$的极点值时，传递函数为无穷大。在过程的动态分析中，对系统的零点和极点的分析有重要意义。

例 3.5　连续搅拌反应釜的传递矩阵

在例 3.4 里，已经求得连续搅拌反应釜的线性化模型，即方程(3.40)和(3.41)。连续搅拌反应釜是多输入多输出过程，为求其传递矩阵，及其零点和极点，首先要获得以偏差变量表示的线性化模型，然后再用拉普拉斯变换求得传递函数矩阵。在稳态条件下，即 $T=T_0$，$\rho_A=\rho_{A,0}$时，$d\rho_A/dt=dT/dt=0$，所以：

$$0=(1/\tau)(\rho_{A,i0}-\rho_{A,0})-k_0e^{-E/RT_0}\rho_{A,0} \tag{3.68}$$

$$0=(1/\tau)(T_{i,0}-T_0)+Jk_0e^{-E/RT_0}\rho_{A,0}-UA(T_0-T_{c,0})/\rho c_pV \tag{3.69}$$

用式(3.40)和(3.41)分别减去(3.68)和(3.69)，并令 $\rho'_A=\rho_A-\rho_{A,0}$，$\rho'_{A,i}=\rho_{A,i}-\rho_{A,i0}$，$T'=T-T_0$，$T'_i=T_i-T_{i,0}$，$T'_c=T_c-T_{c,0}$，可得模型的偏差变量形式：

$$d\rho'_A/dt=(1/\tau)(\rho'_{A,i}-\rho'_A)-k_0[(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A,0}]T'-k_0e^{-E/RT_0}\rho'_A \tag{3.70}$$

$$\begin{aligned}dT'/dt=&(1/\tau)(T'_i-T')+Jk_0\{[(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A,0}]T'\\&+e^{-E/RT_0}\rho'_A\}-UA(T'-T'_c)/\rho c_pV\end{aligned} \tag{3.71}$$

将方程整理后可得：

$$d\rho'_A/dt+(1/\tau+k_0e^{-E/RT_0})\rho'_A+k_0[(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A,0}]T'=(1/\tau)\rho'_{A,i} \tag{3.72}$$

$$\begin{aligned}&dT'/dt+\{(1/\tau)-Jk_0[(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A,0}]+UA/\rho c_pV\}T'+Jk_0e^{-E/RT_0}\\&\rho'_A=(1/\tau)T'_i+UAT'_c/\rho c_pV\end{aligned} \tag{3.73}$$

为简便起见，令：

$$a_{11}=1/\tau+k_0e^{-E/RT_0},\quad a_{12}=k_0(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A,0},\quad a_{21}=Jk_0e^{-E/RT_0},$$

$$a_{22}=1/\tau-Jk_0(E/RT_0^2)e^{-E/RT_0}\rho_{A,0}+UA/\rho c_pV,\quad b_1=1/\tau,\quad b_2=UA/\rho c_pV$$

则式(3.72)和(3.73)可写成：

$$d\rho'_A/dt+a_{11}\rho'_A+a_{12}T'=b_1\rho'_{A,i} \tag{3.74}$$

$$dT'/dt+a_{21}\rho'_A+a_{22}T'=b_1T'_i+b_2T'_c \tag{3.75}$$

初始条件为 $\rho'_A(0)=T'(0)=0$。对方程(3 74)和(3 75)两边求拉普拉斯变换,可得:

$$(s+a_{11})\bar{\rho}'_A(s)+a_{12}\overline{T}'(s)=b_1\bar{\rho}'_{A,i}(s) \tag{3.76}$$

$$a_{21}\bar{\rho}'_A(s)+(s+a_{22})\overline{T}'(s)=b_1\overline{T}'_i(s)+b_2\overline{T}'_c(s) \tag{3.77}$$

求解 $\bar{\rho}'_A(s)$和 $\overline{T}'(s)$,可得:

$$\bar{\rho}'_A(s)=b_1(s+a_{22})\bar{\rho}'_{A,i}(s)/P(s)-a_{12}b_1\overline{T}'_i(s)/P(s)$$
$$-a_{12}b_2\overline{T}'_c(s)/P(s) \tag{3.78}$$

$$\overline{T}'(s)=-a_{21}b_1\rho'_{A,i}(s)/P(s)+b_1(s+a_{11})\overline{T}'_i(s)/P(s)$$
$$+b_2(s+a_{11})\overline{T}'_c(s)/P(s) \tag{3.79}$$

$$P(s)=s^2+(a_{11}+a_{22})s-a_{12}a_{21} \tag{3.80}$$

所以,该过程的传递矩阵元素为:

$G_{11}=b_1(s+a_{22})/P(s)$, $G_{12}=-a_{12}b_1/P(s)$, $G_{13}=-a_{12}b_2/P(s)$,

$G_{21}=-a_{21}b_1/P(s)$, $G_{22}=b_1(s+a_{11})/P(s)$, $G_{23}=b_2(s+a_{11})/P(s)$

过程的传递矩阵为:

$$G(s)=\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \end{bmatrix}$$

上述 6 个传递函数有共同的分母 $P(s)$,因而有共同的极点:

$$P_{1,2}=\{-(a_{11}+a_{22})\pm[(a_{11}+a_{22})^2+4a_{12}a_{21}]^{0\ 5}\}/2 \tag{3.81}$$

传递函数 G_{12}、G_{13}、G_{21}无零点;G_{22}和 G_{23}有共同零点:$s=-a_{11}$;G_{11}有一个零点:$s=a_{22}$。

三、拉普拉斯反变换

当函数通过拉普拉斯变换在复数域内求得解后,即可通过拉普拉斯反变换求得该函数在时域内的解,即该函数的解析解,或函数所表示过程的输入－输出模型。

拉普拉斯反变换的方法为海维赛提出,故称海维赛展开式或部分分式展开式。设函数在复数域内的解为:$\bar{x}(s)=Q(s)/P(s)$。式中,$Q(s)$和 $P(s)$分别是次数为 m 和 n 的多项式。海维赛法包括下列步骤:

(1) 将 $Q(s)/P(s)$展开成一连串分式:

$$Q(s)/P(s)=c_1/r_1(s)+c_2/r_2(s)+\cdots+c_n/r_n(s) \tag{3.82}$$

其中 $r_1(s)$、$r_2(s)$、…、$r_n(s)$为一次或二次多项式,c_1、c_2、…、c_n 为系数;

(2) 计算 c_1、c_2、…、c_n;

(3) 利用典型函数的拉普拉斯变换表或反变换表可以求出每一部分分式的拉普拉斯反变换 $L^{-1}[c_i/r_i(s)](i=1,2,\cdots,n)$,则函数在时域内的解为:

$$x(t)=L^{-1}[c_1/r_1(s)]+L^{-1}[c_2/r_2(s)]+\cdots+L^{-1}[c_n/r_n(s)] \tag{3.83}$$

拉普拉斯反变换的运算方法可分成3种情况来讨论:

1. 多项式 $P(s)$有相异实根

设函数的解 $x(t)$的拉普拉斯变换为:

$$\bar{x}(s)=Q(s)/P(s)=(s^2-s-6)/(s^3-2s^2-s+2), \tag{3.84}$$

分母为三次多项式,3个根分别为 $p_1=1,p_2=-1,p_3=2$,故

$$P(s)=(s-1)(s+1)(s-2)$$

所以
$$\begin{aligned}\bar{x}(s)&=(s^2-s-6)/(s^3-2s^2-s+2)\\&=(s^2-s-6)/(s-1)(s+1)(s-2)\\&=c_1/(s-1)+c_2/(s+1)+c_3/(s-2)\end{aligned} \tag{3.85}$$

用$(s-1)$乘上式两边可得:

$$(s^2-s-6)/(s+1)(s-2)=c_1+c_2(s-1)/(s+1)+c_3(s-1)/(s-2)$$

对于 s 所有的值,上式均成立,故可令 $s-1=0$,则 $s=1$,代入上式可得:

$$c_1=(s^2-s-6)/(s+1)(s-2)=3$$

再分别用$(s+1)$和$(s-2)$乘式(3.85)两边,并分别令 $s+1=0$ 和 $s-2=0$,可分别得:

$$c_2=(s^2-s-6)/(s-1)(s-2)=-2/3$$

$$c_3=(s^2-s-6)/(s-1)(s+1)=-4/3$$

查拉普拉斯反变换表可得:

$$\begin{aligned}x(t)&=L^{-1}[c_1/(s-1)]+L^{-1}[c_2/(s+1)]+L^{-1}[c_3/(s-2)]\\&=3e^t-2e^{-t}/3-4e^{2t}/3\end{aligned} \tag{3.86}$$

2. 多项式 $P(s)$有相异复根

设函数的解 $x(t)$的拉普拉斯变换为:

$$\bar{x}(s)=Q(s)/P(s)=(s+1)/(s^2-2s+5) \tag{3.87}$$

分母为二次多项式,二个共轭复根分别为 $p_1=1+2j,p_2=1-2j$,故:

$$P(s)=[s-(1+2j)][s-(1-2j)]$$

所以:

$$\begin{aligned}\bar{x}(s)&=(s+1)/(s^2-2s+5)=(s+1)/[s-(1+2j)][s-(1-2j)]\\&=c_1/[s-(1+2j)]+c_2/[s-(1-2j)]\end{aligned} \tag{3.88}$$

用$[s-(1+2j)]$乘上式两边可得:

$$(s+1)/[s-(1-2j)]=c_1+c_2[s-(1+2j)]/[s-(1-2j)]$$

对于 s 所有的值,上式均成立,故可令$[s-(1+2j)]=0$,则 $s=1+2j$,代入

上式可得：

$$c_1=(2+2j)/4j=(1+j)/2j$$

上式分子、分母同乘 j，可得：$c_1=(j-1)/(-2)=(1-j)/2$

再用$[s-(1-2j)]$乘式(3.88)两边，并令 $s-(1-2j)=0$ 和，可得：$c_2=(1+j)/2$查拉普拉斯反变换表可得：

$$\begin{aligned}x(t)&=L^{-1}[c_1/[s-(1+2j)]]+L^{-1}[c_2/[s-(1-2j)]]\\&=[(1-j)/2]e^{(1+2j)t}+[(1+j)/2]e^{(1-2j)t}\\&=(e^t/2)[(1-j)e^{2jt}+(1+j)e^{-2jt}]\end{aligned}\qquad(3.89)$$

读者可推导：$x(t)=(e^t/2)[(1-j)e^{2jt}+(1+j)e^{-2jt}]=e^t\sin(2t+\phi)/2$ (3.90)

其中 $\phi=45°$。

3. 多项式 $P(s)$有多重根

设函数的解 $x(t)$的拉普拉斯变换为：

$$\bar{x}(s)=Q(s)/P(s)=1/(s+1)^3(s+2)$$

分母为多项式，前三个根相同，$p_1=p_2=p_3=-1$，第四个根不同，$p_4=-2$。

$$\bar{x}(s)=1/(s+1)^3(s+2)=c_1/(s+1)+c_2/(s+1)^2+c_3/(s+1)^3+c_4/(s+2)\qquad(3.91)$$

查表得： $x(t)=c_1e^{-t}+c_2te^{-t}+c_3t^2e^{-t}/2+c_4e^{-2t}$ (3.92)

用$(s+2)$乘式(3.91)两边可得：

$$1/(s+1)^3=c_1(s+2)/(s+1)+c_2(s+2)/(s+1)^2+c_3(s+2)/(s+1)^3+c_4\qquad(3.93)$$

令 $s+2=0$，则 $s=-2$，代入上式可得： $c_4=-1$

用$(s+1)^3$ 乘式(3.91)两边，可得：

$$1/(s+2)=c_1(s+1)^2+c_2(s+1)+c_3+c_4(s+1)^3/(s+2)\qquad(3.94)$$

令$(s+1)^3=0$，则 $s=-1$，可得：$c_3=+1$

对式(3.94)两边对 s 求导，得：

$$-1/(s+2)^2=2c_1(s+1)+c_2+c_4(s+1)^2(2s+5)/(s+2)^2\qquad(3.95)$$

令 $s=-1$，可得：$c_2=-1$。

式(3.95)两边再对 s 求导，得：

$$2/(s+2)^3=2c_1+c_4 2(s+1)(s^2+5s+7)/(s+2)^3\qquad(3.96)$$

令 $s=-1$，可得：$c_1=+1$。

故： $x(t)=e^{-t}-te^{-t}+t^2e^{-t}/2-e^{-2t}$

第四节　过程动态分析

过程动态分析包括定性分析及定量分析两部分，均可使用传递函数作为分析工具来进行。

一、定性分析

当过程受到输入变化的扰动时，利用过程传递函数的极点在复平面上的位置，具体说，所有的极点是否在虚轴的左侧，即可定性判断过程在输入扰动时的稳定性，即过程是否能自动达到新的稳态。

已知传递函数的定义是 $G(s)=\bar{y}(s)/\bar{f}(s)$，式中 $\bar{y}(s)$、$\bar{f}(s)$ 分别是以偏差变量形式表示的过程输出和输入的拉普拉斯变换。由于过程输入产生的扰动一般为一个有限数值，如阶跃变化，所以 $\bar{y}(s)$ 的动态变化可认为基本由 $G(s)$ 的性质控制。对过程的传递函数进行分析，就可定性了解过程的动态特性。

若已知过程的传递函数是 $G(s)=Q(s)/P(s)$，则多项式 $P(s)$ 的所有可能的根为 p_1（负实根）、p_2（正实根）、p_3（多重实根）、p_4 和 p_4^*（共轭复根）、p_5（原点），根在复平面上的位置（用相应的 P 表示）可见图 3.12。因此，$G(s)$ 的部分分式展开式为：

$$G(s)=c_1/(s-p_1)+c_2/(s-p_2)+\{c_{31}/(s-p_3)+c_{32}/(s-p_3)^2+\cdots+c_{3m}/(s-p_3)^m\}+c_4/(s-p_4)+c_4^*/(s-p_4^*)+c_5/(s-p_5) \quad (3.97)$$

利用拉普拉斯反变换，可以求得上式各项的时域对应式，并发现当 $t\to\infty$ 时，该项的数值是收敛、还是发散、还是振荡。

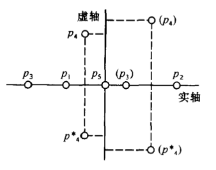


图 3.12　复平面上极点的位置

对于第一项，拉普拉斯反变换 $L^{-1}c_1/(s-p_1)=c_1e^{p_1t}$，当 $t\to\infty$，$c_1e^{p_1t}\to0$，数值呈指数衰减趋势。对于第二项，$L^{-1}c_2/(s-p_2)=c_1e^{p_2t}$，当 $t\to\infty$，$c_1e^{p_1t}\to\infty$，数值呈指数递增趋势。

对于第三项，经拉普拉斯反变换可得：$\{c_{31}+(c_{32}/1!)t+(c_{33}/2!)t^2+\cdots+[c_{3m}/(m-1)!]t^m\}e^{p_3t}$。若 $p_3>0$，则当 $t\to\infty$，数值呈指数递增趋势；若 $p_3<0$，则当 $t\to\infty$，数值呈指数衰减趋势；$p_3=0$，则当 $t\to\infty$，数值呈指数递增趋势。

对于第四项，经拉普拉斯反变换可得：$e^{\alpha t}\sin(\beta t+\varphi)$。若 $\alpha>0$，则当 $t\to\infty$，数值呈振荡发散至无穷大。若 $\alpha<0$，则当 $t\to\infty$，数值呈振荡衰减至0。若 $\alpha=0$，则当 $t\to\infty$，数值以等幅持续振荡。

对于第五项，经拉普拉斯反变换可得：c_5 为一常数。

由此可见，如果过程的传递函数 $G(s)$ 的所有极点均在虚轴左侧，则在外界扰动的作用下，过程经过一段时间可自行达到稳态值，是稳定的。否则，如果 $G(s)$ 有一个极点在虚轴右侧，则该极点会导致该极点的时域相应项乃至整个传递函数的时域相应项发散至无穷大，因而过程是不稳定的。

二、定量分析

过程的动态特性可以用一些定量的指标来表征，这些指标包括：时间常数，稳态增益，超调量及衰减比，等等。

1. 时间常数和稳态增益

若有一过程可用一阶线性微分方程描述，且输入、输出变量均为偏差变量。方程为：

$$a_1(\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)+a_0y=bf(t) \tag{3.98}$$

用一阶微分方程描述的系统为一阶系统。表征一阶系统的变量有：储存质量、能量、动量的容量，或与质量、能量、动量的流动有关的阻力。

(1) 一阶滞后　若式(3.98)中 $a_0\neq0$，则该一阶过程被称为一阶滞后、线性滞后或指数传递滞后，见图3.13(a)。

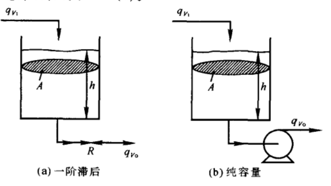


图 3.13　储存质量的容量系统

一阶滞后的传递函数为：

$$G(s)=(b/a_0)/[(a_1/a_0)s+1] \tag{3.99}$$

若输入为一单位阶跃函数，$\bar{f}(s)=1/s$，则输出为：

$$\bar{y}(s)=G(s)\bar{f}(s)=(b/a_0)/[(a_1/a_0)s+1]s$$
$$=(b/a_0)/s-(b/a_0)(a_1/a_0)/[(a_1/a_0)s+1]$$

对上式作拉普拉斯反变换,可得:

$$y(t)=(b/a_0)[1-e^{-t/(a_1/a_0)}]$$

用 $y(t)/(b/a_0)$ 对 $t/(a_1/a_0)$ 作图,可得图 3.14。

在 $t=0$ 时,响应曲线的斜率为:$d[y(t)/(b/a_0)]/d[t/(a_1/a_0)]=e^{-t/(a_1/a_0)}=1$,表示如果 $y(t)$ 的变化保持初始变化率,则经过 $t/(a_1/a_0)=1$ 即 $t=a_1/a_0$ 后,$y(t)$ 达到 b/a_0。因此,令 $\tau_p=a_1/a_0$,称之为时间常数,是过程达到稳态所需要的时间;令 $K_p=b/a_0$,称之为稳态增益,亦其响应的最终值,或新的稳态值。

由于过程对输入的响应不可能一直保持在初始斜率值,所以当阶跃输入的时间等于时间常数 τ_p 时,响应值达到其终值 K_p 的 63.2%;$2\tau_p$ 时,达到 K_p 的 86.5%;$3\tau_p$ 时,达到 K_p 的 95%;$4\tau_p$ 时,达到 K_p 的 98%。

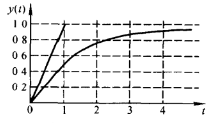


图 3.14　一阶滞后对单位阶跃输入的响应

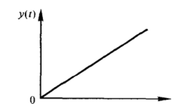


图 3.15　纯容量过程对单位阶跃输入的响应

例 3.6　一阶储槽的时间常数和稳态增益

设有一储槽,如图 3.6 所示。若流体流出速率 $q_{V_o}=h/R$,则表示储槽液位高度的微分方程为:

$$A(dh/dt)=q_{V_i}-q_{V_o}=q_{V_i}-h/R \tag{3.100}$$

稳态时,$h=h_s$,$q_{V_i}=q_{V_i,s}$,则 $h_s=Rq_{V_i,s}$　(3.101)

式(3.100)-(3.101),并令 $h'=h-h_s$,$q'_{V_i}=q_V-q_{V_i,s}$,可得偏差变量方程:

$$AR(dh'/dt)+h'=Rq'_{V_i} \tag{3.102}$$

所以,该过程的时间常数 τ_p 为 AR,过程的稳态增益 K_p 为 R。

(2) 纯容量　若 $a_0=0$,则该一阶过程被称为纯容量过程或纯积分器,见图 3.13(b)。纯容量过程的传递函数为:

$$G(s)=(b/a_1)/s \tag{3.103}$$

若输入为一单位阶跃函数,$\bar{f}(s)=1/s$,则输出为:

$$\bar{y}(s)=G(s)\bar{f}(s)=(b/a_1)/s^2$$

对上式作拉普拉斯反变换,可得:　$y(t)=(b/a_1)t$

用 $y(t)$ 对 t 作图,可得斜率为 b/a_1 的一条直线,表示输出量随时间以无界形式线性递增(图 3.15)。由于纯容量过程无自衡能力,亦无稳态增益或时间常数的概念,使用中必须予以控制。

2. 超调量和衰减比

若有一过程可用二阶线性微分方程描述,且输入、输出变量均为偏差变量,则方程可写成:

$$a_2(\mathrm{d}^2 y/\mathrm{d}t^2) + a_1(\mathrm{d}y/\mathrm{d}t) + a_0 y = bf(t) \tag{3.104}$$

令 $\tau^2 = a_2/a_0$, $2\zeta\tau = a_1/a_0$, $K_p = b/a_0$,则式(3.104)可写成:

$$\tau^2(\mathrm{d}^2 y/\mathrm{d}t^2) + 2\zeta\tau(\mathrm{d}y/\mathrm{d}t) + y = K_p f(t) \tag{3.105}$$

传递函数为: $G(s) = K_p/(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)$　　(3.106)

输出量 $y(t)$ 用二阶微分方程的解来描述的系统被称为二阶系统。导致二阶系统的过程有:由两个或更多的容量(一阶过程)串联组成的多容过程;因使用控制器导致过程引入附加的动态特性,形成二阶系统。

(1) 动态响应　若 $f(s) = 1/s$,则输出为: $\bar{y}(s) = G(s)\quad \bar{f}(s) = K_p/(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)s$

对于 $P(s) = \tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1$,其根为: $p_1 = -(\zeta/\tau) + (\zeta^2 - 1)^{0.5}/\tau$,

$p_2 = -(\zeta/\tau) - (\zeta^2 - 1)^{0.5}/\tau$,

故

$$\bar{y}(s) = K_p/s(s - p_1)(s - p_2) \tag{3.107}$$

由图 3.16(a)可见,随着 ζ 值的增加,曲线的变化趋于平缓,表示系统对单位阶跃输入的响应趋于缓慢。与一阶过程比较,二阶过程的响应明显趋缓,但响应的最终值与一阶过程相同,表示稳态增益相同。响应相对一阶过程趋缓的现象称为临界阻尼响应,此时 $\zeta = 1$;响应相对二阶临界阻尼过程趋缓的现象称为过阻尼响应,此时 $\zeta > 1$。

若 $\zeta > 1$,对式(3.107)进行拉普拉斯反变换,可得:

$$y(t) = K_p\{1 - \mathrm{e}^{-\zeta t/\tau}[\cosh(\zeta^2 - 1)^{0.5}(t/\tau) + \zeta(\zeta^2 - 1)^{-0.5}\sinh(\zeta^2 - 1)^{0.5}(t/\tau)]\} \tag{3.108}$$

若 $\zeta < 1$,对式(3.107)进行拉普拉斯反变换,可得:

$$y(t) = K_p[1 - (\zeta^2 - 1)^{-0.5}\mathrm{e}^{-\zeta t/\tau}\sin(\omega t + \phi)] \tag{3.109}$$

式中,$\omega = (\zeta^2 - 1)^{-0.5}/\tau$, $\phi = \tan^{-1}(1 - \zeta^2)^{0.5}/\zeta$。

用 $y(t)/K_p$ 对 t 作图,可得如图 3.16(b)所示曲线。

由图 3.16(b)可见,对于单位阶跃变化,系统输出曲线呈振荡衰减状。该响应的起始速度比临界阻尼或过阻尼快,称之为欠阻尼响应。ζ 值越小,振荡幅值越大,频率越高。参考图 3.17,比值 A/B 称为该响应超调量,比值 C/A 称为该

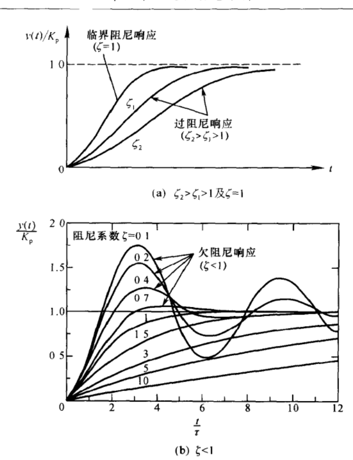


图 3.16　二阶系统对阶跃输入的变化

响应的衰减比。当系统响应进入并稳定在其最终值的 5% 以内时,可认为响应已达到最终值,这时响应曲线经历的时间,称为过渡时间。

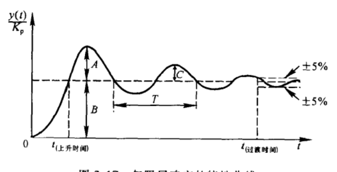


图 3.17　欠阻尼响应的特性曲线

(2) 多容过程　当物质或能量流过单个容量时,得到的是一阶系统。如果物质或能量流过两个串联容量时,系统的特性就被描述为二阶动态过程。图3.18为两个多容过程,每一系统包含了两个质量容量(两个储槽)。在图3.18(a)中,储槽1给储槽2供料,从而对储槽2的动态特性有影响。但储槽2对储槽1没有影响。该系统代表了串联的相互没有影响的容量或一阶系统。而在图3.18(b)中,储槽1影响储槽2的动态特性,同时由于流量 q_{V1} 与液位 h_1、h_2 之差有关,储槽2又影响到储槽1的动态特性。该系统代表了串联储槽互有影响的容量或一阶系统。

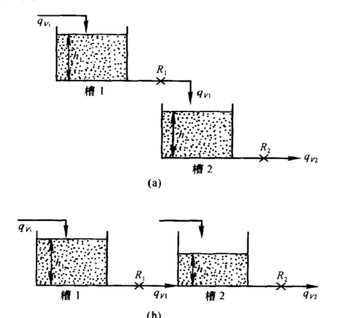


图 3.18　(a) 相互无影响的储槽;(b) 相互有影响的储槽

多容过程所涉及的具体的过程装置并非一定要多于一个,有时所有的"容量"实际为同一装置。如搅拌储槽加热器就是同时具有质量和能量存贮容量的多容过程;精馏塔是多容过程的又一例子,每一块塔板具有质量存贮容量(液体滞留量),同时也作为热能存贮容量。

当系统由两个相互无影响的容量组成时,就可描述为两个联立的微分方程,一般形式为:

第一个容量　状态方程: $\tau_{p1}(\mathrm{d}y_1/\mathrm{d}t)+y_1=K_{p1}f_1(t)$　(3.110)

传递函数: $G_1(s)=K_{p1}/(\tau_{p1}s+1)$　(3.111)

第二个容量　状态方程: $\tau_{p2}(\mathrm{d}y_2/\mathrm{d}t)+y_2=K_{p2}f_2(t)$　(3.112)

$$传递函数：\quad G_2(s)=K_{p2}/(\tau_{p2}s+1) \tag{3.113}$$

系统总的传递函数

$$G=G_1(s)G_2(s)=[K_{p1}/(\tau_{p1}s+1)][K_{p2}/(\tau_{p2}s+1)]$$
$$=K'_p/(\tau'^2s^2+2\zeta'\tau's+1) \tag{3.114}$$

式中，$K'_p=K_{p1}K_{p2}$；$\tau'^2=\tau_{p1}\tau_{p2}$，$2\zeta'\tau'=\tau_{p1}+\tau_{p2}$。根据系统总的传递函数可以判断，整个系统为二阶过程。

由系统总的传递函数可以看出，传递函数的两个极点是相异实根，$p1=1/\tau_{p1}$，$p2=1/\tau_{p2}$。若 $\tau_{p1}=\tau_{p2}$，则极点相等。因此，相互无影响的容量将导致过阻尼或临界阻尼的二阶系统，不会导致欠阻尼系统。

例 3.7　两个储槽串联相互无影响的质量容量

两个储槽的传递函数分别是：

$$G_1(s)=\bar{h}'_1(s)/\bar{q}'_{V_1}(s)=K_{p1}/(\tau_{p1}s+1),G_2(s)$$
$$=\bar{h}'_2(s)/\bar{q}'_{V2}(s)=K_{p2}/(\tau_{p2}s+1)$$

从例 3.6 可知，对于线性液阻，各储槽的时间常数分别为 $\tau_{p1}=A_1R_1$、$\tau_{p2}=A_2R_2$，稳态增益分别为 $K_{p1}=R_1$、$K_{p2}=R_2$。因 $\bar{q}'_{V1}(s)=\bar{h}'_1(s)/R_1$，故总的传递函数：

$$G(s)=\bar{h}'_2(s)/\bar{q}'_{V_1}(s)=\{[K_{p2}/(\tau_{p2}s+1)][\bar{h}'_1(s)/K_{p1}]\}/[\bar{h}'_1(s)(\tau_{p1}s+1)/K_{p1}]$$
$$=K_{p2}/(\tau_{p1}s+1)(\tau_{p2}s+1) \tag{3.115}$$

上式表明，系统的外界输入量 $q_{V_1}(t)$ 与系统输出量 $h_2(t)$ 之间的关系为二阶过阻尼。若 $\tau_{p1}\neq\tau_{p2}$，且系统输入为单位阶跃，对式(3.115)进行拉普拉斯反变换，可得

$$h'_2(t)=K_{p2}\{1+[1/(\tau_{p2}-\tau_{p1})](\tau_{p2}e^{-t/\tau p2}-\tau_{p1}e^{-t/\tau p1})\tag{3.116}$$

系统的响应曲线可见图 3.19。

图 3.19　储槽间的相互关系对系统在阶跃输入下的响应曲线

当系统由两个相互有影响的容量组成时，可利用图 3.18(b)来描述该系统。根据质量守恒，

第一个容量 $A_1(\mathrm{d}h_1/\mathrm{d}t)=q_{V_i}-q_{V1}$ (3.117)

第二个容量 $A_2(\mathrm{d}h_2/\mathrm{d}t)=q_{V1}-q_{V2}$ (3.118)

假定流体流动阻力为线性,则 $q_{V1}=(h_1-h_2)/R_1$,$q_{V2}=h_2/R_2$,可得:

第一个容量 $A_1R_1(\mathrm{d}h_1/\mathrm{d}t)+h_1-h_2=R_1q_{V_i}$ (3.119)

第二个容量 $A_2R_2(\mathrm{d}h_2/\mathrm{d}t)+[1+(R_2/R_1)]h_2-(R_2/R_1)h_1=0$ (3.120)

稳态时,第一个容量 $h_{1,s}-h_{2,s}=R_1q_{V_i,s}$

第二个容量 $[1+(R_2/R_1)]h_{2,s}-(R_2/R_1)h_{1,s}=0$

上述动态方程减去相应的稳态方程,可得:

第一个容量 $A_1R_1(\mathrm{d}h_1'/\mathrm{d}t)+h_1'-h_2'=R_1q_{V_i}'$ (3.121)

第二个容量 $A_2R_2(\mathrm{d}h_2'/\mathrm{d}t)+[1+(R_2/R_1)]h_2'-(R_2/R_1)h_1'=0$ (3.122)

式中,$h_1'=h_1-h_{1,s}$,$h_2'=h_2-h_{2,s}$,$q_{V_i}'=q_{V_i}-q_{V_i,s}$。经拉普拉斯变换,可得:

第一个容量 $(A_1R_1s+1)\bar{h}_1'(s)-\bar{h}_2'(s)=R_1\bar{q}_{V_i}'(s)$ (3.123)

第二个容量 $[A_2R_2s+[1+(R_2/R_1)]\bar{h}_2'(s)-(R_2/R_1)\bar{h}_1'(s)=0$ (3.124)

联立求解上述代数方程,$\tau_{p1}=A_1R_1$,$\tau_{p2}=A_2R_2$,可得:

$$\bar{h}_1'(s)=\{[(\tau_{p2}R_1)s+(R_1+R_2)]/[\tau_{p1}\tau_{p2}s^2+(\tau_{p1}+\tau_{p2}+A_1R_2)s+1]\}\bar{q}_{V_i}'(s) \quad (3.125)$$

$$\bar{h}_2'(s)=\{R_2/[\tau_{p1}\tau_{p2}s^2+(\tau_{p1}+\tau_{p2}+A_1R_2)s+1]\}\bar{q}_{V_i}'(s) \quad (3.126)$$

由以上分析可知,两个相互影响的一阶储槽,各储槽的动态特性均由一阶变成二阶。

例 3.8 两个储槽串联相互有影响的质量容量

若 $A_1=A_2$,$R_1=R_2/2$,则 $\tau_{p1}=\tau_{p2}/2=\tau$,由式(3.126)可知:

$$\bar{h}_2'(s)=[R_2/(2\tau^2s^2+5\tau s+1)]\bar{q}_{V_i}'(s)=[R_2/(4.56\tau s+1)(0.44\tau s+1)]\bar{q}_{V_i}'(s)$$

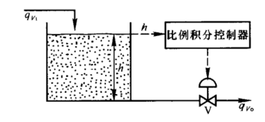
若输入为单位阶跃,$\bar{q}_{V_i}'(s)=1/s$,经拉普拉斯反变换,可得:

$$h_2'(t)=R_2/(1+1.11\mathrm{e}^{-t/4.56\tau}-0.11\mathrm{e}^{-t/0.44\tau})$$

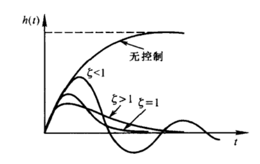
系统响应曲线可见图 3.19。

(3) 控制器导致的二阶系统 设有图 3.6 所示的储槽。这是个简单的一阶系统,传递函数为式(3.99)。现拟对液位进行控制,使得入口流量 q_{V_i}作阶跃变比时,液位能维持在设定值,为此,采用图 3.20(a)所示的反馈控制系统。该控制系统测量液位,并将测量值与设定的稳态值比较。当液位高于设定值时,通过

开大调节阀 V，增加流出流量 q_{V_o}；而当液位低于设定值时，就关小阀门。以下将说明，由于使用了控制器，储槽的动态特性从一阶变成了二阶。



(a) 反馈控制



(b) 一阶变二阶

图 3.20　控制器导致二阶系统示意图

储槽的质量动态平衡关系式为 $A(\mathrm{d}h/\mathrm{d}t)=q_{V_i}-q_{V_o}$，稳态时，$0=q_{V_i,s}-q_{V_o,s}$，由此可得偏差变量方程：

$$A(\mathrm{d}h'/\mathrm{d}t)=q'_{V_i}-q'_{V_o} \tag{3.127}$$

式中，$\mathrm{d}h'=h-h_s$，$q'_{V_i}=q_{V_i}-q'_{V_i,s}$，$q'_{V_o}=q_{V_o}-q_{V_o,s}$。

若，$h'\neq 0$，则比例积分控制器按以下方程计算系统输出流量：

$$q_{V_o}=q_{V_o,s}+K_c h'+(K_c/\tau_I)\int h'(t)\mathrm{d}t \tag{3.128}$$

式中 K_c、τ_I是常数。

若 $h'<0$，由式(3.128)计算，可得 $q_{V_o}<q_{V_o,s}$。控制器减小阀门流出流量，使液位开始回升。若当 $h'>0$，由式(3.128)计算，可得 $q_{V_o}>q_{V_o,s}$。控制器增大阀门流出流量，使液位开始下降。

将式(3.128)并入(3.127)，可得：

$$A(\mathrm{d}h'/\mathrm{d}t)+K_c h'+(K_c/\tau_I)\int h'(t)\mathrm{d}t=\bar{q}'_{V_i} \tag{3.129}$$

上式的拉普拉斯变换为：

$$As\bar{h}'(s)+K_c\bar{h}'(s)+(K_c/\tau_i)\bar{h}'(s)(1/s)=\bar{q}'_{V_1} \tag{3.130}$$

或

$$[(A\tau_i/K_c)s^2+\tau_i s+1]\bar{h}'(s)=(s\tau_i/K_c)\bar{q}'_{V_1} \tag{3.131}$$

由此可见，原来为一阶系统的容量储槽，因施加了比例积分控制器，而使整个系统变成二阶系统。

第五节 反馈控制过程动态响应

一、闭环动态响应

反馈控制系统一般由过程本身、测量装置、控制器和执行器四部分组成。对于每一部分，均可写出状态变量方程，然后通过拉普拉斯变换得到每一部分的传递函数。若除设定值部分以外的过程的传递函数为 $G_p(s)$，过程设定值部分的传递函数为 $G_d(s)$，执行器得到传递函数为 $G_f(s)$，控制器的传递函数为 $G_c(s)$，测量装置的传递函数 $G_m(s)$，则反馈控制系统的闭环信息流如图 3.21 所示。

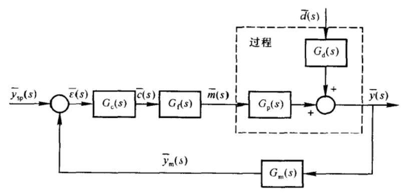


图 3.21 反馈控制系统信息流示意图

如果忽略传输管线的动态特性，系统各部分的传递函数分别为：

过程： $\bar{y}(s)=G_p(s)\bar{m}(s)+G_d(s)\bar{d}(s)$

测量装置： $\bar{y}_m(s)=G_m(s)\bar{y}(s)$

控制器： 比较装置 $\bar{\epsilon}(s)=\bar{y}_{sp}(s)-\bar{y}_m(s)$

控制装置 $\bar{c}(s)=G_c(s)\bar{\epsilon}(s)$

执行器：　$\bar{m}(s)=G_f(s)\bar{c}(s)$

由于整个控制系统为闭环系统，因而各输出量和输入量之间存在连环状的关系，由此可以推导出整个控制系统总的闭环响应。由过程内各部分的传递函数的定义，可知：

$$\bar{m}(s)=G_f(s)\bar{c}(s)=G_f(s)G_c(s)\bar{\varepsilon}(s)=G_f(s)G_c(s)[\bar{y}_{sp}(s)-\bar{y}_m(s)]$$
$$=G_f(s)G_c(s)[\bar{y}_{sp}(s)-G_m(s)\bar{y}(s)] \tag{3.132}$$

因为过程的传递函数 $\bar{y}(s)=G_p(s)\bar{m}(s)+G_d(s)\bar{d}(s)$，将式(3.132)代入，可得：

$$\bar{y}(s)=\{G_p(s)G_f(s)G_c(s)/[1+G_p(s)G_f(s)G_c(s)G_m(s)]\}\bar{y}_{sp}(s)$$
$$+\{G_d(s)/[1+G_p(s)G_f(s)G_c(s)G_m(s)]\}\bar{d}(s) \tag{3.133}$$

式(3.133)即为过程的闭环响应。式中有两个传递函数，相应于设定值变化的传递函数 $G_{sp}(s)$和相应于负荷扰动的传递函数 $G_{load}(s)$：

$$G_{sp}(s)=G_p(s)G_f(s)G_c(s)/[1+G_p(s)G_f(s)G_c(s)G_m(s)] \tag{3.134}$$

$$G_{load}(s)=G_d(s)/[1+G_p(s)G_f(s)G_c(s)G_m(s)] \tag{3.135}$$

因而过程的闭环响应又可写成：

$$\bar{y}(s)=G_{sp}(s)\bar{y}_{sp}(s)+G_{load}(s)\bar{d}(s) \tag{3.136}$$

根据以上分析可以得出关于反馈控制系统闭环传递函数的一般性构造方法：闭环传递函数的分母为：1 + 回路中各组成部分传递函数的乘积，如 $1+G_p(s)G_f(s)G_c(s)G_m(s)$；闭环传递函数的分子，是设定值与受控变量之间前向通路中传递函数的乘积，如 $G_d(s)$，或负荷与受控变量之间前向通路中传递函数的乘积，如 $G_p(s)G_f(s)G_c(s)$。

例 3.9　储槽加热器温度反馈控制系统的闭环响应　如图 3.22(a)所示。

1. 过程　根据能量守恒原理，储槽内过程的能量平衡方程为：

$$V(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t)=q_{V_i}(T_i-T)+UA(T_{st}-T)/\rho c_p \tag{3.137}$$

式中，V 为储槽体积，ρ 为流体密度，c_p为反应混合物热容。整理式(3.137)可得：

$$V(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t)+(q_{V_i}+UA/\rho c_p)T=q_{V_i}T_i+(UA/\rho c_p)T_{st} \tag{3.138}$$

令 $a=1/\tau+K$，$1/\tau=q_{V_i}/V$，$K=UA/\rho c_p V$，则式(3.138)可写成：

$$\mathrm{d}T/\mathrm{d}t+aT=(1/\tau)T_i+KT_{st} \tag{3.139}$$

稳态时，$T=T_s$，$T_i=T_{i,s}$，$T_{st}=T_{st,s}$，方程(3.139)变成：

$$aT_s=(1/\tau)\ T_{i,s}+KT_{st,s} \tag{3.140}$$

用(3.139)减(3.140)，并令 $T'=T-T_s$，$T'_i=T_i-T_{i,s}$，$T'_{st}=T_{st}-T_{st,s}$，可得：

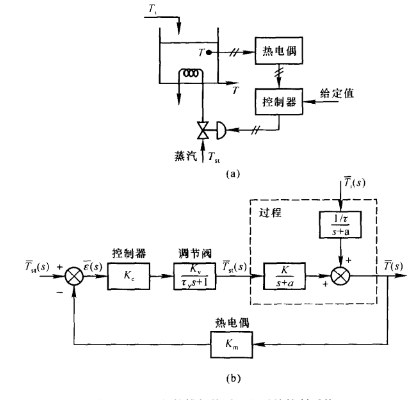


图 3.22　(a) 储槽加热器温度反馈控制系统
(b) 相应的传递函数方块图

$$dT'/dt + aT' = (1/\tau)T'_i + KT'_{st} \tag{3.141}$$

对式(3.141)两边求拉普拉斯变换,并整理可得:

$$\overline{T}'(s) = [(1/\tau)/(s+a)]\overline{T}'_i(s) + [K/(s+a)]\overline{T}'_{st}(s) \tag{3.142}$$

所以,该过程有两个传递函数,分别是相对于设定值 $\overline{T}_i(s)$ 的 $(1/\tau)/(s+a)$,和相对于控制(扰动)的 $K/(s+a)$。

2. 热电偶　热电偶的响应很快,动态特性可以忽略,则:

$$\overline{T}_m(s) = K_m\overline{T}(s) \tag{3.143}$$

3. 控制器　设控制器为比例控制器,则 $c(t) = K_c\varepsilon(t) + c_s$,式中 K_c 为控制器的比例增益,c_s 为控制变量的稳态值,$c(t)$ 和 $\varepsilon(t)$ 分别为控制和偏差信号。稳态时,$c(t) = c_s$,$\varepsilon(t) = 0$,令偏差变量 $c'(t) = c(t) - c_s$,则:

$$c'(t) = K_c\varepsilon(t) \tag{3.144}$$

对式(3.144)求拉普拉斯变换,可得比例控制器的传递函数为:

$$G_c(s)=K_c \tag{3.145}$$

4. 调节阀　假定其动态特性为一阶微分方程，经拉普拉斯变换，可得：

$$G_f(s)=[K_v/(\tau s+a)] \tag{3.146}$$

根据式(3.134)和(3.135)可知：

$$G_{sp}(s)=K/(s+a)(K_c)[K_v/(\tau s+a)]/\{1+K/(s+a)K_cK_m[K_v/(\tau s+a)]\} \tag{3.147}$$

$$G_{load}(s)=[(1/\tau)/(s+a)]/\{1+K/(s+a)K_cK_m[K_v/(\tau s+a)]\} \tag{3.148}$$

传递函数和输入量的关系可见图 3.22(b)。

二、比例控制对过程动态的作用

若闭环控制系统中调节阀的传递函数 $G_f(s)$和测量装置的传递函数 $G_m(s)$均假定为 1，比例控制器的传递函数为 $G_c(s)=K_c$，则式(3.133)可写成：

$$\bar{y}(s)=\{G_p(s)K_c/[1+G_p(s)K_c]\}\bar{y}_{sp}(s)+\{G_d(s)/[1+G_p(s)K_c]\}\bar{d}(s) \tag{3.149}$$

对于 2 个输入 1 个输出的过程，输入为负荷的变化 $d(t)$或调节阀的作用 $m(t)$。若过程为一阶线性，且输入、输出变量均为偏差变量，则其微分方程形式如下：

$$a_1(dy/dt)+a_0y=b_1m(t)+b_2d(t) \tag{3.150}$$

令 $\tau_p=a_1/a_0$，$K_p=b_1/a_0$，$K_d=b_2/a_0$，则式(3.150)可写成：

$$\tau_p(dy/dt)+y=K_pm(t)+K_dd(t) \tag{3.151}$$

传递函数为：

$$\bar{y}(s)=[K_p/(\tau_ps+1)]\bar{m}(s)+[K_d/(\tau_ps+1)]\bar{d}(s) \tag{3.152}$$

若此过程用反馈方法进行控制，形成闭环控制回路，则：

$$G_p(s)=K_p/(\tau_ps+1),\ G_d(s)=K_d/(\tau_ps+1)$$

代人式(3.149)，可得：

$$\bar{y}(s)=[K_pK_c/(\tau_ps+1+K_cK_p)]\bar{y}_{sp}(s)+[K_d/(\tau_ps+1+K_pK_c)]\bar{d}(s) \tag{3.153}$$

令　$\tau'_p=\tau_p/(1+K_cK_p)$，$K'_p=K_pK_c/(1+K_cK_p)$，$K'_d=K_d/(1+K_cK_p)$，代入式(3.153)，可得与一阶开环响应方程形式相类似的方程：

$$\bar{y}(s)=[K'_p/(\tau'_ps+1)]\bar{y}_{sp}(s)+[K'_d/(\tau'_ps+1)]\bar{d}(s) \tag{3.154}$$

对于随动系统，若设定值有单位阶跃变化，即 $\bar{y}_{sp}(s)=1/s$，而负荷没有变化，即 $\bar{d}(s)=0$，则式(3.154)变成：

$$\bar{y}(s)=[K'_p/(\tau'_ps+1)](1/s) \tag{3.155}$$

经拉普拉斯反变换，可得：$y(t)=K'_p(1-e^{-t/\tau'_p})$　(3.156)

当 $t\to\infty$ 时，响应的最终值 $y(t)=K'_p$。所以，比例控制下的反馈系统在设定值发生变化时，系统不能实现新的设定值，余差为新设定值与响应最终值之差，

$$余差 = 1 - K'_p = 1 - K_pK_c/(1+K_cK_p) = 1/(1+K_cK_p) \qquad (3.157)$$

对于自动调节系统，若负荷发生单位阶跃变化，即 $\bar{d}(s)=1/s$，而设定值没有变化，即 $\bar{y}_{sp}(s)=0$，则式(3.154)变成：

$$\bar{y}(s) = [K'_d/(\tau'_p s+1)](1/s) \qquad (3.158)$$

经拉普拉斯反变换，可得：

$$y(t) = K'_d(1-e^{-t/\tau_p}) \qquad (3.159)$$

当 $t\to\infty$ 时，响应的最终值 $y(t)=K'_d$。所以，比例控制下的反馈系统在负荷发生变化时，系统不能实现设定值，余差为设定值与响应最终值之差：

$$余差 = 0 - K'_d = -K_d/(1+K_cK_p) \qquad (3.160)$$

若上述过程无比例控制作用，则由式(3.152)可知：

$$\bar{y}(s) = [K_d/(\tau_p s+1)]\bar{d}(s) \qquad (3.161)$$

经拉普拉斯反变换得： $y(t) = K_d(1-e^{-t/\tau_p})$ (3.162)

当 $t\to\infty$ 时，响应的最终值 $y(t)=K_d$。所以：

$$余差 = 0 - K_d = -K_d \qquad (3.163)$$

比较(3.160)和(3.163)可知，比例控制使响应的余差显著减小，如图 3.23 所示。

图 3.23 具有比例控制的一阶系统对单位阶跃负荷变化的响应

三、积分控制对过程动态的作用

积分控制器控制信号和偏差之间的关系为：

$$c(t) = (K_c/\tau_i)\int_0^t \varepsilon(t)\mathrm{d}t + c_s \qquad (3.164)$$

式中，K_c 为控制器的比例增益，τ_i 为积分时间常数，c_s 为控制变量的稳态值，$c(t)$ 和 $\varepsilon(t)$ 分别为控制和偏差信号。稳态时，$c(t)=c_s$，$\varepsilon(t)=0$，令偏差变量 $c'(t)=c(t)-c_s$，则：

$$c'(t) = (K_c/\tau_i)\int_0^t \varepsilon(t)\mathrm{d}t \qquad (3.165)$$

对式(3.165)求拉普拉斯变换，可得积分控制器的传递函数为：

$$G_c(s) = K_c/s\tau_i \qquad (3.166)$$

若闭环控制系统中调节阀的传递函数 $G_f(s)$ 和测量装置的传递函数 $G_m(s)$ 均假定为 1，且仅考虑设定值变化的影响，将式(3.166)代入式(3.133)，可得：

$$\bar{y}(s)=\{G_p(s)(K_c/s\tau_i)/[1+G_p(s)(K_c/s\tau_i)]\}\bar{y}_{sp}(s) \tag{3.167}$$

对于单输入单输出的过程,输入为调节阀的作用 $m(t)$。若过程为一阶线性,且输入、输出变量均为偏差变量,则其微分方程形式如下:

$$a_1(\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)+a_0y=b\cdot m(t) \tag{3.168}$$

令 $\tau_p=(a_1/a_0)$,$K_p=b/a_0$,则式(3.168)可写成:

$$\tau_p(\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)+y=K_pm(t) \tag{3.169}$$

经拉普拉斯变换可得: $\bar{y}(s)=[K_p/(\tau_ps+1)]\bar{m}(s)$ (3.170)

过程的传递函数为:$G_p(s)=K_p/(\tau_ps+1)$,代入式(3.167),可得:

$$\bar{y}(s)=\{[K_p/(\tau_ps+1)](K_c/s\tau_i)\}/\{1+[K_p/(\tau_ps+1)](K_c/s\tau_i)\}\bar{y}_{sp}(s) \tag{3.171}$$

令 $\tau=(\tau_i\tau_p/K_cK_p)^{0.5}$,$\xi=0.5(\tau_i/\tau_pK_cK_p)^{0.5}$,则:

$$\bar{y}(s)=[1/(\tau^2s^2+2\xi\tau s+1)]\bar{y}_{sp}(s) \tag{3.172}$$

由上式可知,对于未加控制的一阶系统,积分控制的闭环响应为二阶,因而积分控制可使闭环系统的响应趋于缓慢。

若设定值呈单位阶跃变化,则:

$$\bar{y}(s)=[1/(\tau^2s^2+2\xi\tau s+1)](1/s) \tag{3.173}$$

积分控制闭环系统的动态响应取决于 ξ 值,响应的最终值可由终值定理导出。当 $t\to\infty$ 时,响应的最终值 $y(t)=1$。设定值单位阶跃输入下系统响应的余差为设定值与响应最终值之差,即余差 $=1-1=0$,所以积分控制作用有消除余差的作用。

四、微分控制对过程动态的作用

微分控制器控制信号和偏差之间的关系为:

$$c(t)=(K_c\tau_d)[\mathrm{d}\varepsilon(t)/\mathrm{d}t]+c_s \tag{3.174}$$

式中,K_c 为控制器的比例增益,τ_d 为微分时间常数,c_s 为控制变量的稳态值,$c(t)$ 和 $\varepsilon(t)$ 分别为控制和偏差信号。稳态时,$c(t)=c_s$,$\varepsilon(t)=0$,令偏差变量 $c'(t)=c(t)-c_s$,则:

$$c'(t)=(K_c/\tau_d)[\mathrm{d}\varepsilon(t)/\mathrm{d}t] \tag{3.175}$$

对式(3.175)求拉普拉斯变换,可得微分控制器的传递函数为:

$$G_c(s)=K_c\tau_ds \tag{3.176}$$

若闭环控制系统中调节阀的传递函数 $G_f(s)$ 和测量装置的传递函数 $G_m(s)$ 均假定为 1,且仅考虑设定值变化的影响,将式(3.176)代入式(3.133),可得:

$$\bar{y}(s)=\{G_p(s)(K_c\tau_ds)/[1+G_p(s)(K_c\tau_ds)]\}\bar{y}_{sp}(s) \tag{3.177}$$

对于单输入单输出的过程,输入为调节阀的作用 $m(t)$。若过程为一阶线

性，且输入、输出变量均为偏差变量，则过程的传递函数为 $G_p(s)=K_p/(\tau_p s+1)$，代入式(3.177)，可得：

$$\bar{y}(s)=\{[K_p/(\tau_p s+1)](K_c\tau_d s)]/[1+(K_p/(\tau_p s+1))(K_c\tau_d s)]\}\bar{y}_{sp}(s) \tag{3.178}$$

整理后得：$\bar{y}(s)=\{K_pK_c\tau_d s/[1+s(\tau_p+K_pK_c\tau_d)]\}\bar{y}_{sp}(s)$ (3.179)

由上式可知，对于未加控制的一阶系统，微分控制的闭环响应仍为一阶，但该闭环响应的等效时间常数 $\tau=\tau_p+K_pK_c\tau_d$ 比原一阶系统的时间常数 τ_p 要大，因而微分控制仍会使闭环系统的响应趋于缓慢。

第四章　人 工 智 能

人工智能是20世纪50年代中期开始出现的一个概念，目前已发展成一门学科，主要内容是研究如何使用计算机来实现人的智能。人的智能是指人的学习、推理、规划等活动的能力，是人的大脑的复杂运动的过程及结果。用计算机来实现人的智能，可以提高信息处理速度，节省人力资源，因此有很大的发展空间。但是，目前的计算机技术水平相对于人脑的功能还有相当的差距，因此人工智能的研究及应用目前仍处于初级发展阶段。

同传统的计算机程序相比，人工智能主要研究以符号表示的知识而不是数值表示的知识，人工智能采用的主要是启发式推理方法而不是常规的数值算法。此外，人工智能常将知识领域与推理控制结构分离开，能允许数据具有不完整性。

对人工智能目前有两种观点：一种被称为符号主义，主张人类智能的基本单元是符号，认知过程就是符号表示下的符号运算，从而思维就是符号计算。另一种被称为联接主义，主张智能的基本单元是神经元，认知过程就是神经网络内部运作的结果。目前人工智能就是通过物理符号的推理、或是通过人工神经元的联接机制来实现的。神经网络、专家系统和模糊逻辑是目前人工智能研究和应用的三个主要领域。

第一节　神 经 网 络

神经网络(Neural Network，NN)又称人工神经网络(Artificial Neural Network，ANN)，是在模拟人脑神经网络的基础上所构建的一种信息处理网络。

通过近代人脑神经解剖学和神经生理学的研究，发现人脑是由大量的神经细胞组成。神经细胞由细胞体、树突和轴突构成。细胞体是神经细胞的中心，包含细胞核和细胞膜；树突是神经细胞的信息接收器；轴突的作用是将树突接收的信息从轴突起点传到轴突末梢，并与另一个神经元的树突相连，形成信息传递与处理的复杂网络。图4.1是生物神经细胞示意图。

人工神经网络提取了生物神经网络的基本特征，试图用计算机的软件或硬件来模拟细胞体、树突和轴突，以实现信息处理技术的新进展。

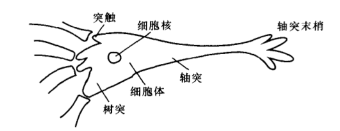


图 4.1 生物神经细胞示意图

目前人工神经网络只是对生物神经网络的模拟。尽管计算机处理单个信息的速度比人脑大约快 10^6 倍,但因为计算机处理复杂信息是串行方式而人脑是用并行方式,人工神经网络的神经元的数目有限而生物神经网络的神经元的数目巨大,计算机中信息储存时以新信息替换旧信息而人脑仅调节神经元之间的连接关系,计算机硬件无容错能力而人脑个别神经元损坏并不影响整体的性能,以及计算机用 CPU 来控制各种动作而人脑的功能通过神经元之间的连结来实现等,使得在复杂信息处理的速率上人工神经网络仍然远低于生物神经网络。

人工神经网络是 1943 年开始出现的,目前主要的类型有前馈神经网络(如感知器网络,BP 神经网络),反馈神经网络(如离散 Hopfield 网络,连续 Hopfield 网络,Boltzman 机),局部逼近神经网络(如 CMC 网络,B 样条神经网络),模糊神经网络等。其中,以 BP 神经网络即误差反向传递神经网络在工程中的使用最为广泛。本节以下主要介绍 BP 神经网络的理论和应用。

一、基本概念

1. 结构

人工神经网络由结点和连线组成,如图 4.2 所示。

结点模拟人脑的神经元,连线模拟神经元之间的连接。神经网络按神经元的位置不同可分成层,图 4.2 的神经网络有三层,即输入层、隐含层和输出层。

输入层的结点负责输入数据,本身没有计算功能。隐含层和输出层的结点具有加和与激活的计算功能。

所谓加和,是指对某一结点所有的输入与相应连接线的权重的乘积进行加和。例如,对于图 4.2 中隐含层的第一个结点,$i=1$,其加和值等于:

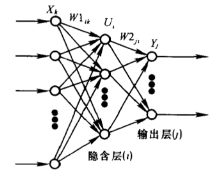


图 4 2 人工神经网络示意图

$$S = \sum_k X_k W1_{ik}$$

所谓激活，是指将加和所得到的值经过一定的数学变换形成该结点的输出。例如，可以使用 Sigmoid 函数：

$$U_1 = 1/\left[1 + e^{-\left(\sum x_k W1_{ik} - \theta_1\right)}\right] \tag{4.1}$$

来形成图 4.2 中隐含层的第一个结点的输出。方程 (4.1)中的 θ 为阈值，或偏置值。在网络上，阈值可以用增加一个输入层结点的方法来包括。Sigmoid 函数是一个非线性激活函数，具有平滑和渐进性，起非线性映射作用，并限制结点输出在[0,1]或[-1,+1]之间。除 Sigmoid 函数外，可以用作激活函数的还有：

(a) 比例函数

$$y = f(x) = s$$

(b) 符号函数

$$y = f(s) = \begin{cases} 1 & s \geqslant 0 \\ -1 & s < 0 \end{cases}$$

(c) 饱和函数

$$y = f(s) = \begin{cases} 1 & s \geqslant \dfrac{1}{k} \\ ks & -\dfrac{1}{k} \leqslant s < \dfrac{1}{k} \\ -1 & s < -\dfrac{1}{k} \end{cases}$$

(d) 双曲函数

$$y = f(s) = \frac{1 - e^{-\mu s}}{1 + e^{-\mu s}}$$

2. 特点

神经网络的特点是其并行性、分布性和自适应性。

所谓并行性，是指神经网络的输入和信息在网络间的传输是以并行的方式进行的。计算机的 CPU 处理单个信息的速度是 ns(纳秒)级，人脑处理单个信息的速度是 ms(毫秒)级，但人脑在智能方面(识别、决策、判断等)的速度却远高于计算机，其原因在于人脑在处理信息时是以并行的方式进行的。人工神经网络吸取了人脑的这一特点，通过多个 CPU 并联的硬件系统实现并行功能，或通过软件模拟来形成单个 CPU 计算机信息处理的并行功能(对 CPU 仍为串行)。

所谓分布性，是指神经网络所模拟的实际过程的信息，或过程内变量间的关系，是分布在整个神经网络的连线中，或分布在神经网络各条连线的权重上。对于相对简单或较为确定的过程，其自变量和因变量的关系可以通过代数方程、微分方程或偏微分方程等数学模型来表示。但若过程为高度非线性，或有强烈的

不确定性，此时用一般的数学模型来表达过程内部的因果关系就十分困难。而使用神经网络，可以将这种复杂的因果关系分布式地储存在整个网络中，从而达到建立过程模型的目的。

所谓自适应性，是指神经网络具有学习功能。对于难以用一般数学模型描述的高度非线性的过程，可以通过采集过程的输入数据及相应的输出数据，即过程的输入输出数据对，并使用这些数据对神经网络进行训练，达到建立过程模型的目的。训练的过程，是神经网络通过一定数学方法修改其各条连线权重的过程。当训练完成后，神经网络内各条连线的权重达到一组数值，该神经网络即具有描述过程内因果关系的能力，当已知输入的数值时，该神经网络即可给出正确的输出数值。这种情况，就称为神经网络的自适应性。对于不确定性很强的过程，可以定时对过程的输入输出数据采样，定时对网络进行训练，使网络随时适应过程的变化。

3. 功能

分类和近似，是神经网络的两个主要功能。

(1) 分类　分类是指根据对象的性质进行归并及标识。例如，在直角坐标平面上有若干个点，每个点有(x_1、x_2)一对坐标值，如图 4.3(a)所示。空心点处于Ⅰ区，实心点处于Ⅱ区。

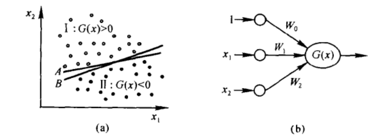


图 4.3 (a) 数据点位置示意图；(b) 神经网络用于数据点分类

现用如图 4.3(b)所示的神经网络来对点的位置进行分类。先用图 4.3(a)中的点对神经网络进行训练。对于某一个点，有(x_1、x_2)一对坐标值，和阈值(=1)，同时有 W_0、W_1、W_2 三个权重值。根据网络结点的加和功能，在输出结点内有一项加和计算：

$$G(x) = W_0 + W_1 x_1 + W_2 x_2$$

根据网络结点的激活功能，令 $G(x)>0$ 时结点输出为Ⅰ区，$G(x)<0$ 时结点输出在Ⅱ区。

训练时，将第一个点的坐标值输入，求得该点的 $G(x)$。若该点处在Ⅰ区，$G(x)$应该大于 0，但实际计算结果可能 $G(x)<0$。此时应根据一定的计算规

则对网络权重 W_0、W_1、W_2 进行修正,获得一组新的 W_0、W_1、W_2 值。若该点处在Ⅰ区,计算结果又有 $G(x)>0$,则不必重新计算权重。

然后,将第二个点的坐标值输入,重复上述过程。在将所有已知点的坐标值输入、计算 $G(x)$、并在必要时重新计算权重值后,训练即完成了一个周期,或经过一次迭代。此时很可能 W_0、W_1、W_2 的值仍不能使已知的Ⅰ区各点 $G(x)>0$,使Ⅱ区的各点 $G(x)<0$。因此,需要进行新的训练。一个神经网络的训练,迭代可以多达上千次,甚至上万次,视网络的复杂程度而定。

当图4.3(a)的Ⅰ区内所有已知数据点的 $G(x)$ 均大于0,Ⅱ区内所有已知数据点的 $G(x)$ 均小于0,此时训练即告完成。训练的结果,是得到一组权重 W_0、W_1、W_2 的数值。使用这组权重数值,能使Ⅰ区内所有已知数据点的 $G(x)$ 均大于0,Ⅱ区内所有已知数据点的 $G(x)$ 均小于0。

训练完成的神经网络还须经过验证。方法是,使用与训练用的数据点不同的一组已知数据点,输入神经网络后,看是否Ⅰ区内数据点的 $G(x)$ 均大于0,Ⅱ区内数据点的 $G(x)$ 均小于0。若是,则验证完成,该神经网络可以投入使用;若不是,则该神经网络的权重 W_0、W_1、W_2 的数值须进一步调整,即须进一步的训练。

在使用神经网络进行分类时,可将一个数据点的坐标输入经过训练的神经网络,若计算结果 $G(x)>0$,数据点即在Ⅰ区,若 $G(x)<0$,数据点即在Ⅱ区。由此,即可实现利用神经网络对数据点位置的分类。

(2) 近似 近似是神经网络的另一功能。对于复杂的非线性过程,神经网络可以建立过程内部自变量和因变量之间的关系。当输入一个(组)自变量时,该神经网络可以给出相应的因变量数值,其数值能与该非线性过程固有的响应相近似。

图4.4(a)中的实线是一条正弦曲线,对于每一个 x 值,正弦曲线方程可给出相应的 y 值,形成一个数据点。从该曲线上,可以得到若干个数据点。用这些数据点的 x 值作为输入值,y 值作为已知的输出值,来训练如图4.4(b)所示的神经网络。对于每一个数据点的 x 值,网络隐含层的输出结点经加和及Sigmoid函数激活后给出一个输出:$y'_t=1/[1+\exp(-W_{kt}X-\theta)]$,输出层结点经加和及Sigmoid函数激活后给出一个输出:$Y=1/[1+\exp(-W_{tj}Y'_t-\theta)]$。该输出值 y 与数据点给定值比较后得到一个差值。利用这个差值对网络的权重按一定的规则进行修改。在对所有的数据点输入 x、分别计算隐含层和输出层结点的加和及Sigmoid函数激活并给出输出值、计算网络输出值与正弦曲线数据点 y 值的差、利用差值对网络各权重进行修改后,该神经网络经过了一个训练周期,或一次迭代。在经过多次迭代后,该网络的各权重能达到一组数值,当

再输入数据点的 x 值后，网络能给出相应的 y 值，网络值与数据点的 y 值之差，能在用户容忍的范围之内，如图 4.4(a)所示。

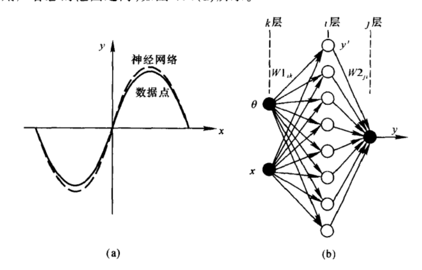


图 4.4 (a) 神经网络对正弦曲线的近似；(b) 用于近似正弦曲线的神经网络

二、训练方法

如前所述，神经网络必须按一定的规则进行训练后，才能逐步修改网络的各个权重，以至网络最终的各权重值使该神经网络能较好地代表所模拟的对象或过程。

1. 准备数据样本集

为了对神经网络进行训练，须事先准备好训练用的数据样本集。数据样本集由样本组成。一个样本由已知的输入数据向量和相应的输出数据向量构成。同时，要准备好测试用的数据样本集。测试用数据样本集的样本数目，不小于训练用数据样本集样本数目的 1/2。

在使用数据样本集前，需对数据进行尺度变换和预处理。尺度变换是将样本中的输入及输出数据变换到[-1,1]或[0,1]的范围内。数据预处理是对数据进行和、差、倒数、平均等运算，目的是提取数据中的信号特征。网络越大，数据样本集中样本的数目也越多，样本集中样本的数目一般应为网络权重的 5～10 倍。

2. 训练和测试

目前常用的一种神经网络训练方法是所谓 EBP 法，即误差的反向传递方法，简称 BP 法。在这种方法中，工作信号(输入值、权重和激活方法的函数)是前向传递，误差(网络输出与训练用输出数据之差)是反向传递。

若有一多层神经网络，第 1 层为输入层，第 Q 层为输出层，中间各层为隐含层。设第 q 层（$q=1,2,\cdots,Q$）的神经元个数为 n_q，输入到第 q 层的第 i 个神经元的连线权重为 $W_{ij}^{(q)}$（$i=1,2,\cdots,n_q;j=1,2,\cdots,n_{q-1}$）。注意脚标 j 是第（$q-1$）层的结点标号，在第 q 层之前。该网络的输入输出关系为：

加和：$S_i^{(q)}=\sum W_{ij}^{(q)}X_j^{(q-1)}$（阈值 $X_0^{(q-1)}=\theta_i^{(q)}$，阈值权重 $W_{i0}^{(q)}=-1$）

激活：$X_i^{(q)}=f(S_i^{(q)})=1/[1+\exp(-\mu S_i^{(q)})]$

设训练用数据样本集有 P 组输入、输出样本，即 $x_p^{(0)}=(x_{p1}^{(0)},x_{p2}^{(0)},\cdots,x_{p,n}^{(0)})^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{d}_p^{(0)}=(d_{p1}^{(0)},d_{p2}^{(0)},\cdots,d_{p,n}^{(0)})^{\mathrm{T}}$，（$p=1,2,\cdots,P$）。上脚标"$^{(0)}$"表示数据为训练用样本，下脚标"$n$"在网络的输入层和输出层的数值不一定相同。在经过某一输入输出样本的训练后，网络产生的误差为：

$$E_p=(1/2)\left\{\sum_i[d_{pi}-x_{pi}^{(Q)}]^2\right\}$$

上脚标"(Q)"表示输出层，"i"为输出层节点的个数。经过所有样本训练后，网络的总误差为：

$$E=\sum E_p=(1/2)\left\{\sum_p\sum_i[d_{pi}-x_{pi}^{(Q)}]^2\right\}$$

对神经网络训练的过程，是通过修正各连线权重来减小总误差的过程。之所以有误差，是因为网络连线的权重设置不适当，每一个权重对误差都有贡献。修正权重的原则是，对误差贡献大的权重，权重的修正量也大；对误差贡献小的权重，权重的修正量也小。对误差的贡献为 0 的权重，该权重不再修改。可以用一阶梯度法或最速下降法来实现上述目的。

先看输出层 Q，经过第 p 个样本训练，输出层第 i 个结点与前一层（$Q-1$）第 j 个结点之间的权重对第 p 个样本训练的误差的贡献为 $\partial E_p/\partial W_{ij}^{(Q)}$。通过数学变换，可得：

$$\partial E_p/\partial W_{ij}^{(Q)}=[\partial E_p/\partial x_{pi}^{(Q)}][\partial x_{pi}^{(Q)}/\partial S_{pi}^{(Q)}][\partial S_{pi}^{(Q)}/\partial W_{ij}^{(Q)}]$$

式中第一项是输出层第 i 个结点的激活计算对误差的贡献：

$$\partial E_p/\partial x_{pi}^{(Q)}=\partial[(1/2)(d_{pi}-x_{pi}^{(Q)})^2]/\partial x_{pi}^{(Q)}=-(d_{pi}-x_{pi}^{(Q)})$$

第二项是该结点的加和计算对激活计算的影响：

$$\partial x_{pi}^{(Q)}/\partial S_{pi}^{(Q)}=f'(S_{pi}^{(Q)})$$

第三项是输出层第 i 个结点与前一层第 j 个结点之间的权重对输出层第 i 个结点的加和计算的影响：

$$\partial S_{pi}^{(Q)}/\partial W_{ij}^{(Q)}=x_{pj}^{(Q-1)}$$

由此可得：

$$\partial E_p/\partial W_{ij}^{(Q)}=-\delta_{pi}^{(Q)}x_{pj}^{(Q-1)}$$

其中，$\delta_{pi}^{(Q)}$ 为 p 样本训练下第 Q 层第 i 个节点的局部梯度，

$$\delta_{pi}^{(Q)} = -\partial E_p/\partial S_{pi}^{(Q)} = (d_{pi} - x_{pi}^{(Q)})f'(S_{pi}^{(Q)})$$

$$f'(S_{pi}^{(Q)}) = \mu\exp(-\mu S_{pi}^{(Q)})/[1+\exp(-\mu S_{pi}^{(Q)})]^2$$

$$= \mu f(S_{pi}^{(Q)})[1-f(S_{pi}^{(Q)})] = \mu x_{pi}^{(Q)}[1-x_{pi}^{(Q)}]$$

对于输出层的前一层$(Q-1)$，$\partial E_p/\partial W_{ij}^{(Q-1)} = [\partial E_p/\partial x_{pi}^{(Q-1)}][\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial W_{ij}^{(Q-1)}]$。注意$\partial E_p/\partial W_{ij}^{(Q-1)}$是输出层的前二层$(Q-2)$的结点 j 到前一层$(Q-1)$的结点 i 的连线权重对输出层误差的贡献。若输出层结点的标号为 k，则：

$$\partial E_p/\partial W_{ij}^{(Q-1)} = [\partial E_p/\partial x_{pi}^{(Q-1)}][\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial W_{ij}^{(Q-1)}]$$

$$= \left\{\sum_k [\partial E_p/\partial S_{pk}^{(Q)}][\partial S_{pk}^{(Q)}/\partial x_{pi}^{(Q-1)}]\right\}[\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial S_{pi}^{(Q-1)}]$$

$$\times[\partial S_{pi}^{(Q-1)}/\partial W_{ij}^{(Q-1)}]$$

式中$[\partial E_p/\partial S_{pk}^{(Q)}]$是输出层 Q 第k 个结点的激活计算对误差的贡献；$[\partial S_{pk}^{(Q)}/\partial x_{pi}^{(Q-1)}]$是输出层前一层$(Q-1)$结点 i 的激活计算对输出层结点 k 加和计算的影响；$\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial S_{pi}^{(Q-1)}$是输出层前一层第 i 个结点的加和计算对该结点激活计算的影响；$\partial S_{pi}^{(Q-1)}/\partial W_{ij}^{(Q-1)}$是输出层的前二层$(Q-2)$的结点 j 到前一层的结点i 的连线权重对输出层前一层结点i 的加和计算的影响。与对 Q 层的讨论类似，可得：

$$\partial E_p/\partial W_{ij}^{(Q-1)} = [\partial E_p/\partial x_{pi}^{(Q-1)}][\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial W_{ij}^{(Q-1)}]$$

$$= \sum_k \{[\partial E_p/\partial S_{pk}^{(Q)}][\partial S_{pk}^{(Q)}/\partial x_{pi}^{(Q-1)}]\}[\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial S_{pi}^{(Q-1)}]$$

$$\cdot[\partial S_{pi}^{(Q-1)}/\partial W_{ij}^{(Q-1)}]$$

$$= \left[\sum_k -\delta_{pk}^{(Q)} W_{ki}^{(Q)}\right]f'(S_{pi}^{(Q-1)})\ x_{pj}^{(Q-2)} = -\delta_{pi}^{(Q-1)} x_{pj}^{(Q-2)}$$

式中，$\delta_{pi}^{(Q-1)} = -\partial E_p/\partial S_{pi}^{(Q-1)} = -[\partial E_p/\partial x_{pi}^{(Q-1)}][\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial S_{pi}^{(Q-1)}]$

$$= -[\partial E_p/\partial S_{pk}^{(Q)}][\partial S_{pk}^{(Q)}/\partial x_{pi}^{(Q-1)}][\partial x_{pi}^{(Q-1)}/\partial S_{pi}^{(Q-1)}]$$

$$= \delta_{pk}^{(Q)} W_{ki}^{(Q)} f'(S_{pi}^{(Q-1)})$$

$$f'[S_{pi}^{(Q-1)}] = \mu\exp(-\mu S_{pi}^{(Q-1)})/[1+\exp(-\mu S_i^{(Q-1)})]^2$$

$$= \mu f(S_{pi}^{(Q-1)})[1-f(S_{pi}^{(Q-1)})] = \mu x_{pi}^{(Q-1)}[1-x_{pi}^{(Q-1)}]$$

以上推导表明，误差随网络内某一连线的权重的变化率，等于该连线上一层节点的激活输出乘以本层节点的局部梯度的负值。网络计算具有反向递推的性质。先计算输出层的 $\delta_{pk}^{(Q)}$，

$$\delta_{pi}^{(Q)}=(d_{pi}-x_{pi}^{(Q)})f'(S_{pi}^{(Q)})$$

再根据 $\delta_{pk}^{(Q)}$ 计算输出层前一层的 $\delta_{pi}^{(Q-1)}$，

$$\delta_{pi}^{(Q-1)}=\delta_{pk}^{(Q)}W_{ki}^{(Q)}f'(S_{pi}^{(Q-1)})$$

依此类推可以算出整个网络各层的各个节点的 δ_{pi} 值。

在得到误差随权重的变化率后，即可对各权重进行修正，方法如下：

$$W_{ij}^{(q)}(\text{第 } t+1 \text{ 次})=W_{ij}^{(q)}(\text{第 } t \text{ 次})+\alpha D_{ij}^{(q)}(\text{第 } t+1 \text{ 次})$$

$$D_{ij}^{(q)}=\sum\delta_{pi}^{(q)}x_{pj}^{(q)}$$

$$\delta_{pi}^{(q)}=\left[\sum\delta_{pk}^{(q+1)}W_{ki}^{(q+1)}\right]\mu x_{pi}^{(q)}[1-x_{pi}^{(q)}]$$

$$\delta_{pi}^{(Q)}=(d_{pi}-x_{pi}^{(Q)})\mu x_{pi}^{(q)}[1-x_{pi}^{(q)}]$$

式中，$q=Q,Q-1,\cdots,1;i=1,2,\cdots,n_q;j=1,2,\cdots,n_{q-1}$

综上所述，神经网络 BP 训练算法具体步骤如下：

(1) 初始化：为所有网络连线的权重及阈值赋值；

(2) 对于每个输入样本，计算第一隐含层各结点的加和与激活数值，然后分别计算下一层直到输出层的各结点的加和与激活数值；

(3) 计算该样本的误差　$E_p=(1/2)\left\{\sum[d_{pi}-x_{pi}^{(Q)}]^2\right\}$；

(4) 计算新的权重　$W_{ij}^{(q)}(\text{第 } t+1 \text{ 次})=W_{ij}^{(q)}(\text{第 } t \text{ 次})+\alpha D_{ij}^{(q)}(\text{第 } t+1$ 次)；

(5) 使用新的样本重复步骤(2)～(4)，直到样本集内所有样本运行过一次；

(6) 计算样本集误差　$E=\sum E_p=(1/2)\left\{\sum_p\sum_i[d_{pi}-x_{pi}^{(Q)}]^2\right\}$；

(7) 判断误差 E 是否小于给定很小值 ϵ，若是，则停止运算，将网络的权重和阈值打印输出；若否，则继续进行计算，重复步骤(2)～(7)。

神经网络 BP 训练方法的主要优点是，只要有足够多的隐含层和隐含层结点，使用这种算法的网络可以逼近任意的非线性映射关系。同时，BP 网络适用于有噪声的数据或不完全的数据，有容错能力，具有泛化能力。BP 算法的主要缺点是，由于目标函数 E 是全体权重的函数，是关于连线权重的复杂的超曲面，因而网络计算收敛速度慢，并有可能收敛在局部极值处而非全局最优处。

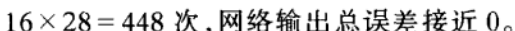
训练完成后，对神经网络还要进行测试。测试用的样本集应与训练用样本集不同。测试样本集的数据的数值范围，应在训练用样本集数据数值范围之内，因神经网络对过程的模拟具有内插性，但不具备外延性。

表 4.1 曝气池曝气控制器神经网络训练用数据样本集

样本编号	输入值(曝气池 DO 达到上限?)				输出值(曝气器控制动作)															
	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
12	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
13	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
14	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
15	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
16	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

例 4.1 活性污泥过程曝气控制神经网络模型

现有 4 个曝气池的流量需进行控制。根据曝气池内比氧吸收速率(SOUR)的上限数值,可以确定是否需减少废水入池的流量。4 个曝气池内 SOUR 是否达到上限,共有 16 种可能性,在表 4.1 中由样本编号 1～16 分别列出。相对于每一种可能性,4 个曝气池的每一个池的输入值可为 1 或 0,1 表示达到上限,0 表示未达到上限。同时,相对于 16 种可能性,输出值即入池废水的流量控制也有相应的 16 种方案。对于每一种可能性,输出值 1 表示选择该方案,0 表示不选择该方案。例如,对于可能性 2,输入值及输出值的含义是,如果曝气池 1 内 SOUR 达到上限,而曝气池 2、3、4 未达到上限,则减少向曝气池 1 废水流量,同时保持曝气池 2、3、4 的废水入池流量。利用表 4.1 的输入输出样本集数据,使用 BP 算法对如图 4.5 所示的神经网络进行训练,经过 28 个训练周期,即迭代



16×28=448 次，网络输出总误差接近 0。

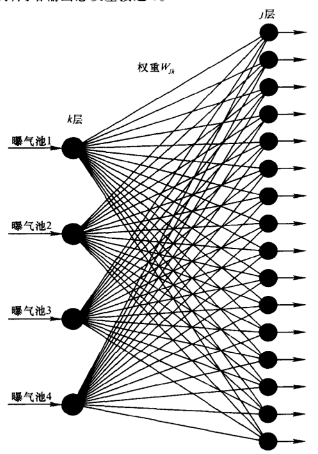


图 4.5　例 4.1 曝气池控制神经网络示意图

例 4.2　活性污泥过程动态分析神经网络模型

活性污泥过程神经网络结构可见图 4.6。该网络的输入层 k 有 6 个节点，其中第 1～5 节点分别用于输入过程数据，第 0 节点用于输入阈值。在输入层第 1～5 节点输入的数据分别是废水易降解基质浓度 S_{so}、废水缓慢降解基质浓度 X_{so}、废水氨氮浓度 S_{nho}、废水停留时间 t_1 及污泥停留时间 t_2。

隐含层(i)为 1 层，有 7 个节点，其中第 1～6 节点分别用于接收来自输入层的数据、处理这些数据、并输出经运算得到的数据 U_{pi}，第 0 节点用于输入阈值参数。输出层有 3 个节点，分别用于接收来自隐含层的数据、处理这些数据、并输出经运算得到的数据 Y_{pi}。在输出层第 1～3 节点输出的数据分别是稳态缓慢降解基质浓度 X_s、稳态异养菌浓度 X_{bh} 和稳态硝态氮浓度 S_{no}。

训练神经网络的输入输出数据，由 IAWPRC No.1 活性污泥法模型产生。训练方法采用数据前向传递、误差反向传递(BP)的方法进行。为模拟废水处理的实际动态行为，训练时网络输入向量中每次改变一个元素的数值，其它元素的值保持不变。例如，S_{so}的值改变时，X_{so}、S_{nho}、t_1 及 t_2 均不变，由此来对网络进行训练。

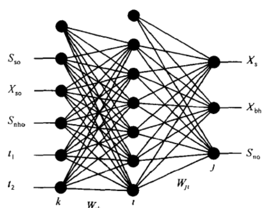


图 4.6 活性污泥过程神经网络模型

由图 4.7(a)可见，在预测废水缓慢降解有机碳浓度 X_{so}上升对稳态缓慢降解基质浓度 X_s和稳态异养菌浓度 X_{bh}以及稳态硝态氮浓度 S_{no}的影响时，神经网络预测[粗线]分别与 IAWPRC 模型预测[细线]大体重合。这种情况在预测废水氨氮浓度 S_{nho}、废水停留时间 t_1 及污泥停留时间 t_2 对活性污泥过程不同组分稳态浓度的影响时也同样存在，见图 4.7(b)、(c)、(d)。

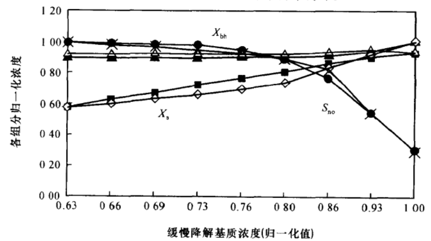


图 4.7(a) 神经网络与 IAWPRC 模型预测的比较：X_{so}的影响

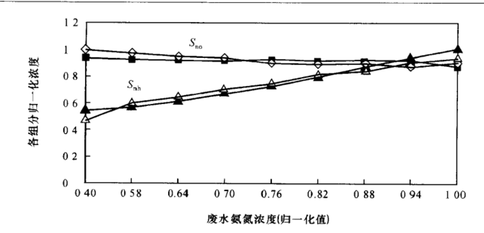


图 4.7(b) 神经网络预测与 IAWPRC 模型预测的比较：S_{nho}影响

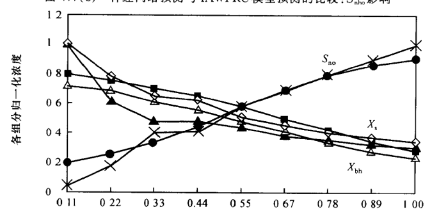


图 4 7(c) 神经网络预测与 IAWPRC 模型预测比较：t_1 的影响

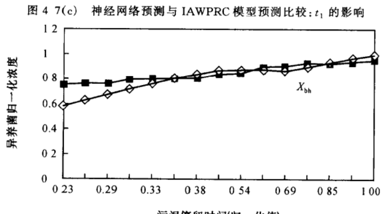


图 4.7(d) 神经网络预测与 IAWPRC 模型预测的比较：t_2 的影响

三、神经网络控制

1．神经网络监督检制

一般地说，当被控对象的解析模型未知或部分未知时，利用传统的控制理论设计控制器，已被证明是极其困难的。但这并不等于该系统是不可控的。在许多实际控制问题中，人工控制或PID控制可能是惟一的选择。但在工况条件极其恶劣，或控制任务只是一些单调、重复和繁重的简单操作时，我们有必要应用自动控制器代替上述手工操作。

取代人工控制的途径大致有两种：一是将手工操作中的经验总结成普通的规则，然后构造相应的专家控制器；二是在知识难于表达的情况下，应用神经网络学习人的控制行为，即对人工控制器建模，然后用此神经网络控制器代替之。这种通过对人工或传统控制器进行学习，然后用神经网络控制器取代或逐渐取代原控制器的方法，称为神经网络监督控制或COPY控制。图4.8给出了这类神经网络控制方法的结构方案示意图。

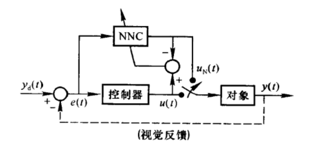


图4.8 神经网络监督控制(1)示意图

从图中可以看出，神经网络监督控制实际就是建立人工控制器的正向模型。经过训练，神经网络将记忆该控制器的动态特性，并且接受传感信息输入，最后输出与人工控制器相似的控制作用。此法的缺点是，人工控制器是靠视觉反馈进行控制的，在用神经网络控制器进行控制后，由于缺乏视觉反馈，由此构成的控制系统实际是一个开环系统，这就使其稳定性得不到保证。为此，我们可考虑在传统控制器，如PID控制器基础上，再增加一个神经网络控制器，如图4.9所示。

此时神经网络控制器实际是一个前馈控制器，因此它建立的是被控对象的逆模型。由图中容易看出，神经网络控制器通过向传统控制器的输出进行学习，在线调整自己，目标是使反馈误差 $e(t)$ 或 $u_1(t)$ 趋近于零，从而使自己逐渐在控制作用中占据主导地位，以便最终取消反馈控制器的作用。但与上述结构不同，这里的反馈控制器仍然存在，一旦系统出现干扰，反馈控制器可以重新起作

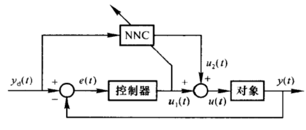


图 4.9 神经网络监督控制(2)示意图

用。因此,采用这种前馈加反馈的监督控制方法,不仅可确保控制系统的稳定性,而且可有效地提高系统的精度和自适应能力。

2. 神经网络直接逆控制

神经网络直接逆控制是将受控对象的神经网络逆模型,直接与受控对象串联起来,以便使期望输出与对象实际输出之间的传递函数等于1,从而在将此网络作为前馈控制器后,使被控对象的输出为期望输出。神经网络直接逆控制在结构上与前述的逆模型辨识有许多相似之处。该法的可用性在相当程度上取决于逆模型的准确程度。由于缺乏反馈,简单连接的直接逆控制对模型参数变化的灵敏度过高。为此,我们一般可使其具有在线学习能力,即逆模型的连接权必须能够在线修正。图 4.10 给出了两种结构方案。

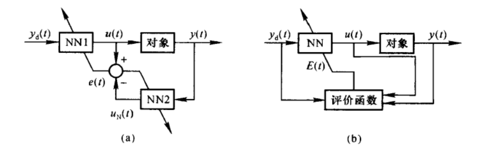


图 4.10 神经网络直接逆控制示意图

在图 4.10(a)中,NNI 和 NN2 具有完全相同的网络结构(逆模型),并且采用相同的学习算法,即 NNI 和 NN2 的连接权都沿 $E=(1/2)\sum e(k)^T e(k)$ 的负梯度方向进行修正。上述评价函数也可采用其它更一般的加权形式,这时的结构方案如图 4.10(b)所示。

3. 神经网络自适应控制

(1) 神经网络自校正控制　神经网络自校正控制分为间接控制与直接控制,区别在于,前者使用常规控制器,离线辨识的神经网络估计器需要具有足够高的建模精度;而后者则同时使用神经网络控制器和神经网络估计器,其中估计

器可进行在线修正。神经网络直接自校正控制,有时也称神经网络直接逆控制,结构如图 4.10 所示。神经网络间接自校正自适应控制的结构见图 4.11。

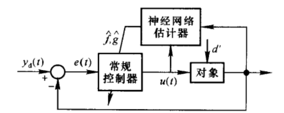


图 4.11 神经网络间接自校正自适应控制

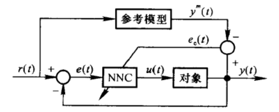


图 4.12 神经网络直接模型参考自适应控制

(2) 神经网络模型参考控制 神经网络模型参考控制也分直接控制与间接控制两种方法:直接模型参考控制的结构可见图 4.12,神经网络控制器的作用是使被控对象与参考模型输出之差的二次型最小。间接模型参考控制的结构可见图 4.13,神经网络辨识器 NNI 首先离线辨识被控对象的正向模型,并可进行在线学习修正。显然 NNI 可为 NNC 提供误差或其梯度的反向传播通道。由于参考模型输出可视为期望输出,因此在对象部分已知的情况下,若将 NNC 改为常规控制器,此法将与前面介绍的间接自校正控制方法类同。

4. 神经网络内模控制

经典的内模控制将被控系统的正向模型和逆模型直接加入反馈回路,已被证明具有许多好的性质。迄今,内模控制稳定性分析已被透彻研究,并且已被发展为非线性控制的一种重要方法。

在内模控制中,系统的正向模型与实际系统并联,两者输出之差被用作反馈信号,此反馈信号又由前向通道的滤波器及控制器进行处理。由内模控制的性质可知,该控制器直接与系统的逆有关,而引入滤波器的目的则是为了获得期望的跟踪响应。图 4.13 给出了内模控制的神经网络实现。其中,被控对象的正向模型及控制器(逆模型)均由神经网络实现。

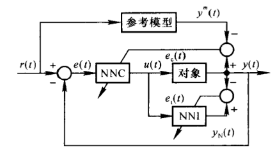


图 4.13　神经网络内模控制结构示意图

第二节　专 家 系 统

专家系统(Expert System)是人工智能的重要分支,于 20 世纪 70 年代中期开始出现,80 年代以来已在包括环境工程在内的许多领域获得广泛应用。

一、基本概念

1. 结构

专家系统是一个计算机软件,由知识库、推理机以及辅助部件构成。

知识库中存放有专业知识。这些知识一般可以分成两类:一类是"数据",表示被研究对象的状态或性质。例如,跳高运动员的姓名、成绩、优劣等可被看成是数据;另一类是"规则",表示数据之间的相互关系。例如,"如果跳高运动员成绩高于 2.20 m,那么这个跳高运动员为优秀运动员"是一个表达跳高运动员成绩与优劣之间关系的规则。进入知识库的专业知识常常或是难度很大,或是范围很广,或调用的时间十分短,用一般方法难以在有限时间内获取、理解或使用,必须利用计算机容量大、速度快的优点来储存及处理,即形成专家系统软件。

有的知识库还包括具有管理功能的软件系统,主要用于对知识条目的查询、检索、增删、修改、扩充等操作。知识库通过"知识获取"机构与领域专家相联系,知识获取的过程即为建立和更新知识库、并完成对知识条目的测试和精练的过程。知识获取的手段可以采用"专题面谈"、"口语记录分析"等人工移植方式,也可以采用机器学习的方法。

推理机是一个信息流调度程序,由根据事实推导结论的正向推理,即从原始数据和已知条件出发推断出结论的方法,也被称为数据驱动策略;由根据结果推导原因的反向推理,即先提出结论或假设,然后寻找支持这个结论或假设的条件或证据,如成功则结论成立,否则再重新假设,这种方法也被称为目标驱动策略;还可运用正向推理帮助系统提出假设,再运用反向推理寻找证据,这种方法即为

双向推理。

推理机通过“推理咨询”机构与用户相联系,形成人、机界面。系统可以输入并“理解”用户有关领域问题的咨询提问,再向用户输出问题求解的结论,并对推理过程作出解释。专家系统内的推理机还可根据信息在知识库逻辑关系中运行的次序分为深度优先或广度优先。知识库和推理机应具有良好的人机界面,以便用户方便地使用;同时,知识库中还可包括对问题求解的解释,以增加求解过程的透明度。

2. 特点

专家系统与传统计算用软件程序相比,具有以下特点:

在功能上,专家系统主要是一种知识信息处理系统,而不是数值信息计算系统。它依靠知识表示来确定问题的求解途径,而不是基于数学模型来编制计算程序;它主要使用知识推理来求解问题、制订决策,而不是在固定程序控制下通过执行一系列指令完成求解任务。

在结构上,专家系统的知识库和推理机是相互独立的。这并不只是一种编程技巧,而是反映一个专家系统必须具有一个独立的知识库作为该系统的核心。这些知识是明确无误、可存取、可积累的。常规的软件程序尽管也包含许多领域知识,但这些知识往往与求解问题的方法交织在一起,无法单独操作和控制。

在性能上,专家系统具有启发性,它能够运用专家的经验知识对不确定的或不精确的问题进行启发式推理,运用排除多余步骤或减少不必要计算的思维策略。同时,专家系统具有透明性,它能够向用户显示为得出某一结论而形成的推理链,能够运用有关推理的知识检查导出结论的精度、一致性和合理性,甚至能提出一些证据来解释或证明它的推理。此外,专家系统还具有灵活性,它能够通过知识库的扩充和更新提高求解专门问题的水平或适应环境对象的某些变化,通过与系统用户的交互作用使自身的性能得到评价和监护。

由于计算机技术的迅速发展,专家系统的理论与应用近年来有了一些新的进展,值得引起注意。有的专家系统已从在深而窄的学术领域的应用,扩展到在社会生活各个方面的应用;有的专家系统不再局限于知识信息处理,而是将知识信息与数值信息综合进行处理;有的专家系统的开发不再使用 LISP、PROLOG 等人工智能软件,而转向应用商品化的数据库软件直接调用其内在的推理机和数据搜索功能。这些变化,使专家系统的成功构建更依赖于知识库的质量,使专业人员在专家系统的开发中能发挥更大的作用。

关于专家系统的智能水平,是人工智能研究所关注的问题。所谓专家系统的智能或所谓“启发式”,就是系统本身根据知识库储存的知识,通过推理、演绎,可以得到一些结论,而这些结论尚未被储存在当前的知识库中。可以想象,要达到这样的目标,是相当困难的,尤其对于一般水平的专家系统而言。所以,目前

相当一部分专家系统的发展基本还处在信息检索系统阶段,智能化水平不高,根据现有知识从专家系统所获得的结论,一般事先已经存放在当前知识库中。

3. 知识表示

知识表示、知识获取和知识推理是人工智能知识工程的重要课题。其中,知识表示是专家系统在构造方法上区别于常规程序系统的特征。专家知识的表达形式反映领域问题的性质,影响到知识的获取、操作和利用。专家系统中知识表示的常用形式有以下几种:

(1) 产生式规则

产生式规则的一般形式为“条件—行动”或“前提—结论”,即用“IF—THEN”语句表示一个知识项。产生式规则的左半部一般为若干事实的逻辑积,确定了规则可应用的先决条件,右半部描述了规则的先决条件得到满足时所采取的行动或得出的结论,据此可对数据进行操作,生成新的状态。产生式规则的先决条件不断与数据库中的事实进行匹配,在顺序执行规则的同时就形成推理链。产生式规则的推理机制是以演绎推理为基础的。国外著名的化学专家系统DENDRAL、医学专家系统MYCIN和地质探矿专家系统PROSPECTOR均使用产生式规则。这类专家系统一般又称为基于规则的系统或产生式系统。

(2) 框架

框架是一种主要表示叙述性知识的数据结构,通常用于描述事物、概念的固定不变的若干方面。一个框架由各个描述方面的槽组成,每个槽可有若干侧面,而每个侧面又可有若干个属性值,形成一个具有嵌套的连接表:

(框架名)

(槽 1)	(侧面 11)	(值 111)	(值 112)…
	(侧面 12)	(值 121)	(值 122)…
(槽 2)	(侧面 21)	(值 211)	(值 212)…
	(侧面 22)	(值 221)	(值 222)…

框架的内容可根据需要取舍。框架的侧面可以是“值”侧面(属性值已知的侧面),或者是“默认”侧面(填入默认值供属性不明确时用),或者是“如果需要”侧面(填入计算属性值的过程信息),或者是“如果加入”侧面(填入说明是否启动“如果需要”侧面中的过程)。框架可以链接起来组成具有层次结构的框架系统。基于框架表示的专家系统有肺病诊断系统WHEEZE(D. Smith 等,1980)。数学专家系统AM(D.B. Lenat,1976)采用框架和产生式规则相结合来表示知识。

(3) 语义网络

语义网络是通过概念及其相互间语义关系,图解表示知识的网络。其中,结点表示事物或事件的概念,结点间用弧连接,弧上加有标记说明语义关系。另外,结点可以是变量,通过增加中间结点可以使语义网络表示多元关系。基于语义网络的最简单的推理是通过继承关系得到结点事物的属性值。基于语义网络

表示的专家系统有自然语言问答系统 NLOS(Sininions,1973)。PROSPECTOR 系统用语义网络和规则共同表示知识。

(4) 过程

知识的过程表示法是将某一专门知识及其使用方法表达为一个求解子问题的过程,即子程序。在进行知识推理时,可以调用这些子程序。应用过程进行知识表示的专家系统有回答系统 SIR(B. Raphael,1968)。

二、知识库构建

如上所述,知识库内包含数据和规则。知识库的构建,就是收集、整理本专家系统有关的数据,并将其按一定的规则编制在一起的过程。以下先介绍使用数据库理论的"二分树"原理编制专家系统知识库的方法,然后介绍如何使用"二分树"构建专家系统知识库。可以认为,"二分树"的知识表示方法,是产生式规则和框架结构这两种知识表示方法的融合。

1. "二分树"概述

"树"是计算机算法中的一种非线性结构,其一般定义为含有一个或多个结点的有限集合 T,或定义为不含有回路的连通图,见图 4.14(a)。

在任一棵树中,仅有一个结点的位置称为根,其余结点可分为 $M \geqslant 0$ 个不相交的子集合 T_1、T_2、…、T_M,其中每个子集合本身又是一棵树,并称为根的子树。若树中结点的各子树从左至右是有次序的,则称该树为有序树,否则称无序树,在有序树中最左边的子树称为根的第一子,最右边的子树为根的最后子。

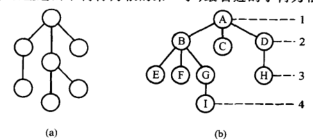


图 4.14 (a)树的示意图;(b)树的高度示意图

树内各结点的度的最大值称为树的度。所谓结点的度,是指该结点的分枝数。树的高度(深度)是指树中结点的最大层数。根为一层,从根向下逐层增加。图 4.14(b)的树为 3 度树,其高度为 4。森林是 $M(M>0)$棵互不相交的树的集合,一般讲构成森林的各树根结点为兄弟关系。

二分树也称"二叉树",是含有 $N(N \geqslant 0)$个结点的有限集合,当 $N=0$ 时为空;在任一棵非空二分树中,结点的度都不大于 2。其性质为:(1) 在二分树的第

i 层至多有 2^{i-1} 个结点；(2) 深度为 k 的二分树至多有 2^k-1 个结点；(3) 对任何一棵二分树 T，若其终端结点为 $N0$，度为 2 的结点数为 $N2$，则：$N0=N2+1$；(4) 具有 N 个结点的完全二分树的深度为 $\mathrm{Log}_2 N+1$。

深度为 k、有 2^k-1 个结点的二分树为满二分树。对一棵满二分树的结点可进行连续编号，即由根结点起自上而下、同层从左至右得到一棵顺序编号二分树。深度为 k、有 N 个结点的二分树，若其每一个结点都与深度为 k 的满二分树中编号从 1 至 N 的结点一一对应，则该二分树为完全二分树。

按照一定规则对二分树中每个结点访问一次的过程，被称为二分树的遍历。遍历方法有 3 种：(1) 先根序：① 访问根结点；② 按先序遍历左子树；③ 按先序遍历右子树。(2) 中根序：① 按中序遍历左子树；② 访问根结点；③ 按中序访问右子树。(3) 后根序：①按后序遍历左子树；② 按后序遍历右子树；③ 访问根结点。中根序遍历的计算机算法 PASCAL 程序如下：

```
procedure inorder(t)
begin
      p = t
      s = empty
      repeat
            while p≠Nil do
            [top = top + 1 s(top) = p
            p = p↑Lchild]
            if top≠0 then
            [p = s(top), top = top - 1,
            Write(p4data);
            p = p4Rchild]
      until (top = 0)and(p = Nil)
end
```

按某种方式遍历二分树时，若当前结点的左子域为空(即 p↑Lchild = Nil)，则使用该域存储 p 的遍历前趋结点地址(即在访问 p 之前刚刚访问过的结点)。若当前结点的右子域为空(即 p↑Rchild = Nil)，则使用该域存储 p 的遍历后趋结点地址。这样构成的一棵记录遍历次序的树为线索二分树。图 4.15 为按中序遍历的线索二分树，虚线为遍历次序。

由于计算机对二分树的存储及运算非常方便，因而在一些应用中把反映多个因子的多叉树转换成二分树。其转换规则：① 将当前结点的最左边的子结点仍作为该结点的左子；② 由左边第二个子结点开始的所有兄弟结点，都依次变作其左兄弟结点的右子；③ 对每个结点重复步骤①、②，便可得到一棵相应的二

分树，见图4.16。

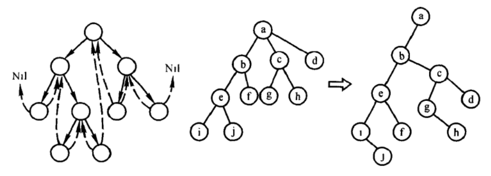


图4.15 按中序遍历的线索二分树

图4.16 多叉树转换成二分树

从树中一个结点到另一个结点之间的分枝数目(即边的条数)，称为两结点间路径长度。从树根到树中每一结点的路径长度之和称为树的路径长度。某结点与树根结点之间的路径长度和该结点上权值的乘积，为结点的带权路径长度。树中所有带权的叶子结点的路径长度之和称为树的带权路程长度，记作 $WPL=\sum W_iL_i$，其中，W_i 为第 i 个叶子结点上的权值，L_i 为第 i 个叶子结点与根结点间的路径长度。

假设 n 个权值为 $\{W_1,W_2,\cdots,W_n\}$，现有一棵有 n 个叶子结点的二分树，每个叶子结点上的权为 W_i，则其中带权路径长度 WPL 最小的二分树称为最优二分树。最优二分树的算法如下：① 将给定的 n 个权值 $\{W_1,W_2,\cdots,W_n\}$ 构成 n 棵二分树集合 $\boldsymbol{B}=\{T_1,T_2,\cdots,T_n\}$，其中任一棵二分树 $T_i(1\leqslant i\leqslant n)$ 仅有一个权为 W_i 的根结点，且左、右子树为空；② 在 B 集合中选取两棵根结点权值最小的树作为左、右子树构成一棵新二分树，其左、右子树根结点的权值之和作为新二分树根结点权值；③ 在 B 中删除这两棵子树，并将所得新二分树加到 B 中；④ 重复②、③，直到集合 B 中仅含一棵树为止，这棵树便为最优二分树，又称哈夫曼树。例：权值集合(7,5,2,4)构成具有4个叶子结点的哈夫曼树，见图4.17。

2. 知识库构建

专家系统知识库的构建，需要对所涉及领域的知识广泛和深刻的了解。既要了解该领域知识的各个方面，又要了解这些方面之间的相互关系。在此基础上，通过不断修订，才能构建出内容翔实、逻辑严密的知识库。以下介绍废水处理活性污泥过程故障诊断专家系统知识库的构建过程。

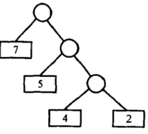
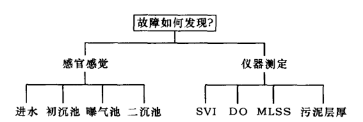


图4.17 最优二分树

例 4.3　活性污泥过程故障诊断专家系统知识库

活性污泥过程是城市污水和工业废水处理的主要方法。国内外对活性污泥过程废水处理设施的调查显示，有相当多的活性污泥过程存在运行故障，导致出水污染物浓度超标、能耗加大、甚至完全不能使用。造成故障不能及时排除的原因，主要是活性污泥过程涉及微生物的活动、影响因素比较多，同时进水的水质、水量又常有波动，操作人员的技术水平不够高等。因此，为活性污泥过程操作人员提供一个适用的活性污泥过程故障诊断专家系统，是十分重要的。

在获取污泥过程故障的现象和原因的各种知识的基础上，可以将活性污泥过程故障诊断（部分）编制成如下多叉树的逻辑结构：



对于初沉池故障诊断逻辑树可编制如下：

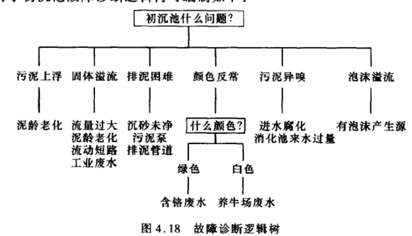


图 4.18　故障诊断逻辑树

上述逻辑树实际上是一个倒置的多叉逻辑树。逻辑树上每段文字是树上的一个结点。“故障如何发现”为顶端结点，是该树的“根”；一个结点的上一个结点为“父结点”，下一个结点为“子结点”。每个结点可以没有子结点，或有一个左结点或右结点，或有左、右两个结点。没有任何子结点的结点称为“叶结点”。

上述多叉树可以转换成二分树。例如，有的结点有两个以上分叉，可以看成是若干个二分树的组合。如“感官感觉”结点下有“进水”、“初沉池”、“曝气池”、

“二沉池”四个分叉，可以看成是“进水”和“初沉池”、“初沉池”和“曝气池”、“曝气池”和“二沉池”三个二分树的组合。

三、专家系统编制

专家系统软件的编制目前进入一个新的阶段。在第一阶段，使用如 Basic、Fortran、以及 Lisp、Prolog 等计算机编程语言来编制专家系统程序。在第二阶段，使用专家系统的一些专用开发工具(Shell)来编制专家系统。由于计算机技术的发展，数据库的开发软件目前已经具有强大的数据处理能力，专家系统的编制现在可以直接使用市售的计算机数据库程序来进行。

例 4.4 利用 MS Visual Basic 5.0 和 Access 97 编制专家系统软件

Visual Basic 是一种完全面向对象的程序设计语言，具有强大的人机界面编制功能，可用于开发 Windows 应用软件；Access 是一个运行于 Windows 环境的功能很强的数据库系统，具有与 Visual Basic 的接口。利用 Visual Basic 和 Access 这两个软件可以方便地编制各种专家系统。

1. 建立数据库

启动 PC 机(奔腾以上)，进入 MS Access 97。点击“新建数据库”，确定“空数据库”，给出数据库文件名“专家系统示范数据库”，在“表”栏下点击“新建”，再点击“设计视图”。

在第一行“字段”内键入“Problem”，“字段属性”内“字段大小”为“250”；在“数据类型”内选择“文本”。在第二行“字段”内键入“Prev”，在“数据类型”内选择“数字”。在第三行“字段”内键入“Next 正”，在“数据类型”内选择“数字”。在第四行“字段”内键入“Next 否”，在“数据类型”内选择“数字”。在第五行“字段”内键入“ID”，在“数据类型”内选择“数字”。

上述字段的选择是基于二分树的结构。“Problem”是结点，“ID”是该结点的编号。“Prev”是该结点的父结点 ID，“Next 正”是其左结点 ID，“Next 否”是其右结点 ID。当“Next 正”和“Next 否”的数字均为“-1”时，该结点为叶结点。例如，“出水不正常?”ID 为 1，其父结点 ID 为 0，即“二沉池”。子结点有两个，答复为肯定的子结点的 ID 为 2，即进入“固体异常?”；答复为否定的子结点的 ID 为 40，即进入“对不起，本示范系统未给出进一步诊断”。

在完成“设计视图”后，关闭“设计视图”，重新打开“新建”，进入“数据表视图”，此时屏幕显示一个空数据表，“设计视图”中给定的字段名已出现在数据表中。用鼠标右键点击数据表表头，进入“表设计”，键入“专家系统示范”作为该数据表表名。现在，数据库名为“专家系统示范数据库”，该数据库中有一个数据表，数据表名为“专家系统示范”。数据库名和数据表名是外部程序调用该数据库内数据的标识字符。

表 4.2 例 4.4 数据库

problem	Prev	Next 正	Next 否	ID
二沉池	0	1	0	0
出水不正常?	0	2	40	1
固体异常?	1	3	33	2
大块固体?	2	6	4	3
云状固体?	2	7	5	4
离散颗粒?	4	10	40	5
污泥上浮,反硝化故障	3	−1	−1	6
全线均有?	4	10	13	7
出水有?	7	25	9	8
进水有?	8	26	40	9
污泥膨胀。SVI>120?	7	11	24	10
有丝状菌絮体?	10	12	19	11
丝状菌膨胀。DO>1.0?	11	13	17	12
DO 分布均匀?	12	14	18	13
pH>6.5?	13	15	16	14
须进行营养检查。	14	−1	−1	15
pH 过低,须调节 pH。	14	−1	−1	16
曝气不足,须强化曝气。	12	−14	−1	17
须检查曝气设备。	13	−1	−1	18
非丝状菌膨胀。DO>3.0?	11	20	21	19
曝气过度。须调节曝气量。	19	−1	−1	20
SVI>175?	19	22	23	21
F/M 过高。须调节 F/M。	21	−1	−1	22
设施超负荷。需降低负荷。	21	−1	−1	23
设施超负荷。须降低负荷。	10	−1	−1	24
固体溢流。须降低流量。	17	−1	−1	25
正常。	9	−1	−1	26
在池表面?	5	28	40	27

续表

problem	Prev	Next 正	Next 否	ID
粉尘,泥龄老化。	27	-1	-1	28
全线可见?	5	30	40	29
针状絮体,泥龄老化。	29	-1	-1	30
出水中有?	29	32	40	31
絮体正常,泥龄不足。	31	-1	-1	32
泡沫异常?	1	34	40	33
棕色泡沫?	33	35	40	34
有放线菌。	27	-1	-1	35
汹涌白色泡沫?	33	37	40	36
高 F/M。	36	-1	-1	37
颜色深?	36	39	40	38
F/M 过高。	38	-1	-1	39
对不起,本示范系统未给出进一步诊断。	39	-1	-1	40

此时,即可开始在数据表内输入数据。根据以上活性污泥故障诊断逻辑树描述的各结点之间的关系,对于每一个结点,给出其结点 ID,并找到其父结点和子结点,同样分别给出相应的 ID。结论即叶结点的两个假想子结点的 ID 均为 -1,以区别于非叶结点。在数据表内的行称为“记录”,列称为“字段”。

2. 建立人机界面

启动 PC 机,进入 Visual Basic 5.0。在“新建工程”里确定“新建”,屏幕显示窗体 1(Form1)。在该窗体内利用 VB 给出的控件 Command 制作“是”和“不是”两个按钮,用以分别启动 Access 数据库内的“Next 正”和“Next 否”。再利用控件 Text 制作三个文本框,其中两个分别用于显示 Access 数据库内 Problem 结点的推理文本和结论文本,另一个用于显示当前故障诊断的单元设备名。同时,利用 Label 控件制作这三个文本框的标题。为示范起见,在窗体内添加 List 控件。在 List 控件的 List 属性内填入“初沉池”、“曝气池”和“二沉池”,以便用户选择故障诊断的对象。图 4.19 是活性污泥故障诊断专家系统的一个简单人机界面示意图。

窗体制作完成后,下一步要编写程序,将 Access 数据库内的数据根据须调用数据的“记录”ID 和“字段”名在人机界面上显示出来,以便用户使用。为此,可使用 VB 强大的数据库管理工具 DBEngine 在工作空间 WorkSpace(0)内用

OpenDatabase 打开 Access 数据库“专家系统示范数据库”，再利用 OpenRecorset 打开该数据库内的数据表“专家系统示范”。具体程序语句是：

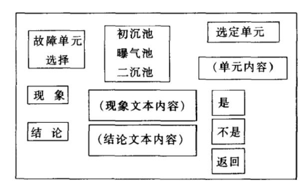


图 4.19　活性污泥故障诊断专家系统简单人机界面示意图

Set DB = DBEngine.WorkSpaces(0).OpenDatabase(C:\专家系统示范数据库)

Set PBData = DB.OpenRecordset（“专家系统示范”,DB.OpenDynaset）

在 List 控件内的核心语句是:Text1.Text = List.List(list.ListIndex),表示在用鼠标点击 List 控件内列举的设备时,该语句将 List 中被点击的设备名称在选定单元的文本框内显示出来。例如,若点击 List 内“二沉池”后,Text1 文本框内显示“二沉池”。

为了在 PBData 内找到相应的结点文本并显示在 Text2 文本框内,可采用以下语句:PBData.FindFirst " Problem = '" & Trim $ (Text1.Text) & "'"。执行该语句,用户即可在“专家系统示范数据库”的“专家系统示范”数据表内,找到第一个记录,其 Problem 字段的文本内容,和 Text1 即“选定单元”文本框的内容相同。此时,该记录的 ID 为 0。利用语句:IDLevel = PBData! ID,将 0 赋予临时值 IDLevel;然后利用语句:PBData.FindNext " prev = " & Trim $ (IDLevel),找到第二个父结点为 0 的记录,并通过语句:Text2.Text = PBData! problem 将该记录的 Problem 字段的文本显示在 Text2 即“现象”的文本框内,此外再将该记录的 ID 值 1 通过语句 IDLevel = PBData! ID 赋予临时值 IDLevel。

在用鼠标点击命令按钮“是”或“不是”时,其含义同样是根据一定的 ID 数值或一定的文本框内容,利用 PBData.FindFirst 或 PBData.FindNext 来寻找相应的记录,并将该记录 Problem 字段的内容显示在“现象”文本框内。当数据表指针指向叶结点时,“结论”文本框内显示故障诊断的结论。若用户总是点击“不是”,最终“结论”文本框将显示 ID 为 40 的记录的 Problem 字段内容:“对不起,本示范系统未给出进一步诊断。”

以下是根据上述说明给出用 VB 编制的活性污泥故障诊断专家系统的部分程序：

```
Option Explicit
Dim DB As Database ' DB 是数据库
Dim PBData As Recordset ' PBData 是数据表
Dim IDLevel ' LDLevel 是临时值

Private Sub List _ Click()' List 列出单元设备名
  Text1.Visible = True ' Text1 为"选定单元"文本
  Label4.Visible = True ' Label4 为"选定单元"标签
  Label5.Visible = False ' Label5 为提请用户注意标签
  Command2.Visible = False ' Command2 为"返回"按钮
  Command1(0).Visible = True ' Command1(0)为"是"按钮
  Command1(1).Visible = True ' Command1(1)为"不是"按钮
  Text2.Visible = True ' Text2 为"现象"文本
  Label2.Visible = True ' Label2 为"现象"标签
  Label1.Visible = False ' Label1 为"选定单元"标签
  List1.Visible = False ' List1 为故障单元列表
  Text1.Text = List1.List(List1.ListIndex)' Text1 为"选定单元"文本
  Call FPb2 _ Load
End Sub
Private Sub FPb2 _ Load()
  Set DB = DBEngine.WorkSpaces(0).OpenDatabase
          ("C:\专家系统示范数据库.mdb")
  Set PBData = DB.OpenRecordset("专家系统示范",DB.OpenDynaset)
  PBData.FindFirst "problem='" & Trim $ (Text1.Text) & "'"
  IDLevel = PBData! ID
  PBData.FindNext "prev=" & Trim $ (IDLevel)
  IDLevel = PBData! ID
  Text2.Text = PBData! problem
  Label3.Visible = False ' Label3 为"结论"标签
  Text3.Visible = False ' Text3 为"结论"文本
  If Text1.Text = "初沉池" Then
    Label5.Visible = True
    Text2.Text = ""
```

```
    End If
    If Text1.Text = "曝气池" Then
      Label5.Visible = True
      Text2.Text = " "
    End If
End Sub

Private Sub Command1_Click(Index As Integer)
Dim Next0 As Integer ' Next0 为临时值
Dim Next1 As Integer ' Next1 为临时值
      Label3.Visible = False
      Text3.Visible = False
      If Index = 0 Then ' Index = 0 表示 Command1(0)
        If PBData! next 正<> -1 Then
         Next0 = PBData! next 正
         PBData.FindFirst " id = " & Str(Next0)
         If PBData! next 正<> -1 Then
           Text2.Text = PBData! problem
         Else
          Label3.Visible = True
          Text3.Visible = True
          Command2.Visible = True
          Command1(0).Visible = False
          Command1(1).Visible = False
          Text3.Text = PBData! problem
         End If
       End If
         Else
       If Index = 1 Then ' Index = 1 表示 Command1(1)
         If PBData! next 否<> -1 Then
           Next1 = PBData! next 否
           PBData.FindFirst " id = " & Str(Next1)
           If PBData! next 否<> -1 Then
             Text2.Text = PBData! problem
           Else
```

```
                Label3.Visible = True
                Text3.Visible = True
                Command2.Visible = True
                Command1(0).Visible = False
                Command1(1).Visible = False
                Text3.Text = PBData! problem
            End If
        End If
    End If
  End If
IDLevel = PBData! ID
End Sub
```

四、专家系统控制

1．分类

根据专家系统技术在控制系统中的功能结构，可分为直接式专家系统控制和间接式专家系统控制。

在直接式专家系统控制中，领域专家的控制知识和经验被用来直接控制生产过程或调节受控对象，常规的控制器或调节器被代之以一个模拟手动操作功能的专家系统，直接给出控制信号。这种控制方法适用于模型不充分、不精确，甚至不存在的复杂过程。

在间接式专家控制系统中，各种高层决策的控制知识和经验被用来间接地控制生产过程或调节受控对象，常规的控制器或调节器受到一个模拟控制工程师智能的专家系统的指导、协调或监督。专家系统技术与常规控制技术的结合可以非常紧密，二者共同作用方能完成优化控制规律、适应环境变化的功能；专家系统的技术也可以用来管理、组织若干常规控制器，为设计人员或操作人员的决策提供帮助。一般认为，紧密型的间接式专家控制具有典型的意义。

根据专家系统技术在控制系统中应用的复杂程度，可以分为专家控制系统和专家式智能控制器。专家控制系统具有全面的专家系统结构、完善的知识处理功能，同时又具有实时控制的可靠性能。这种系统知识库庞大、推理机复杂，还包括知识获取子系统和学习子系统，人、机接口要求较高。而专家式智能控制器是专家控制系统的简化，主要针对具体的控制对象或过程，专注于启发式控制知识的开发，设计较小的知识库，简单的推理机制，甚至采用“case by case”的方式，省去复杂的人、机对话接口等。当专家控制系统功能的完备性、结构的复杂性与工业过程的控制的实时性之间存在矛盾时，专家式智能控制器是合适的

选择，与专家控制系统在基本功能上没有本质区别。

还可以根据专家系统的知识表示技术或推理方式对专家控制的实现系统进行分类，例如产生式、框架式，串行推理、并行推理等。专家系统技术与大系统理论相结合，还可以设计多级、多层、多段专家控制系统。基于模糊规则的控制也可以与专家系统技术相结合，形成所谓专家式模糊控制的研究，例如，利用一个专家控制器根据系统动态特性知识去修改模糊控制表的参数等。

2. 控制

(1) 目标　专家系统控制是指将专家系统的设计规范和运行机制与传统控制理论和技术相结合而形成的实时控制系统设计、实现方法。

专家系统控制的目标是模拟、延伸、扩展“控制专家”的思想、策略和方法。所谓“控制专家”，既指一般自动控制技术的专门研究者、设计者、工程师，也指具有熟练技能的控制系统操作人员。专家控制并不排斥、替代传统控制理论和技术，而是对传统控制理论和技术包容和发展。专家控制不仅可以提高常规控制系统的控制品质，拓宽系统的作用范围，增加系统功能，而且可以对传统控制方法难以奏效的复杂过程实现闭环控制。

专家控制的目标也是实现一个控制器：① 能够满足任意动态过程的控制需要，包括时变的、非线性的、受到各种干扰的控制对象或生产过程；② 控制系统的运行可以利用对象或过程的一些先验知识，而且只需要最少量的先验知识；③ 有关对象或过程的知识可以不断增加、积累，以改进控制性能；④ 有关控制的知识以透明的方式存放，容易修改和扩充；⑤ 用户可以对控制系统的性能进行定性说明，例如：“速度尽可能快”，“超调要小”等；⑥ 控制性能方面的问题能够得到诊断，控制闭环中的单元，包括传感器和执行机构的故障可以得到检测；⑦ 用户可以访问系统内部的信息，并进行交互，例如对象或过程的动态特性，控制性能的统计分析，限制控制性能的因素，以及对当前采用的控制作用的解释等。

专家控制的上述目标可以看作是一种比较含糊的功能定义，它们覆盖了传统控制在一定程度上可以达到的功能，但又超过了传统控制技术。专家控制试图在控制闭环中“加入”一个富有经验的控制工程师，系统能提供一个“控制工具箱”，即可对控制、辨识、测量、监视、诊断等方面的各种方法和算法选择自便、运用自如，而且能透明地面向系统外部的用户。

专家控制虽然引用了专家系统的思想和技术，但它与一般的专家系统还有着重要的差别：(1) 通常的专家系统只完成专门领域问题的咨询功能，它的推理结果一般用于辅助用户的决策；而专家控制则要求能对控制动作进行独立的、自动的决策，它的功能一定要具有连续的可靠性、较强的抗干扰性；(2) 通常的专家系统一般处于离线工作方式，而专家控制则要求在线地获取动态反馈信息，联机完成控制，它的功能一定要具有使用的灵活性，符合要求的实时性。

专家控制所实现的控制作用,是控制规律的解析算法与各种启发式控制逻辑的有机结合。可以简单地说,传统控制理论和技术的成就和特长在于它针对精确描述的解析模型进行精确的数值求解。即它的着眼点主要限于设计和实现控制系统的各种核心算法。

例如,经典的PID控制就是一个精确的线性方程所表示的算法:

$$u(t) = K_p\left\{e(t) + (1/T_i)\int_0^t e(t)\mathrm{d}t + T_d[\mathrm{d}e(t)/\mathrm{d}t]\right\}$$

式中,$u(t)$为控制作用信号,$e(t)$为误差信号,K_p 为比例系数,$K_i=(1/T_i)$为积分系数,$K_d=T_d[\mathrm{d}e(t)/\mathrm{d}t]$为微分系数。控制作用的大小取决于误差的比例项、积分项和微分项,K_p、K_i、K_d 的选择取决于受控对象或过程的动态特性。适当地整定 PID 的 3 个系数,可以获得比较满意的控制效果,使系统具有合适的稳定性、静态误差和动态特性。应该指出,PID 的控制效果实际上是比例、积分、微分 3 种控制作用的折衷。

又如,图 4.20 所示的参数自适应控制具有两个回路:内环回路由受控对象或过程以及常规的反馈控制器组成;外环回路由参数估计和控制器设计这两部分组成。参数估计部分对受控模型的动态参数进行递推估计,控制器设计部分根据受控对象参数的变化对控制器参数进行相应的调节,当受控对象或过程的动力学特性由于内部不确定性或外部环境干扰而发生变化时,自适应控制能自动校正控制作用,从而使控制系统尽量保持满意的性能。参数估计和控制器设计主要由各种算法实现,统称为自校正算法。

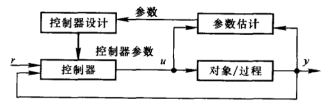


图 4.20 参数自适应控制示意图

无论简单的 PID 控制或是复杂的自适应控制,要在很大的运行范围内取得完美的控制效果,都不能孤立地依靠算法的执行,因为这些算法的四周还包围着许多的启发式逻辑;而且要使实际系统在线运行,具有完整的功能,还需要并不能表示为数值算法的各种推理控制逻辑。传统控制技术中存在的启发式控制逻辑可以列举如下:

1) 控制算法的参数整定和优化 例如对于不精确模型的 PID 控制算法,参数整定常常运用 Ziegler - Nichols 规则,即根据开环 Nyquist 曲线与负实轴的交点所表示的临界增益和临界周期来确定 K_p、K_i、K_d 的经验取值。这种经验规

则本身是启发式的，而日在通过试验来求取临界点的过程中，还需要许多启发式逻辑才能恰当使用上述规则。

2）不同算法的选择决策和协调　例如在参数自适应控制中，系统有两个运行状态：控制状态和调节状态。当系统获得受控模型的一定的参数条件时，可以使用不同的控制算法，如最小方差控制、极点配置控制、PID控制等。如果模型不准确或参数发生变化，系统则需转为调节状态，引入适当的激励，启动参数估计算法。如果激励不足，则需引入扰动信号。如果对象参数发生跳变，则需对估计参数重新初始化。如果发现自校正控制已收敛到最小方差控制，则转入控制状态。由上可知，参数自适应控制中涉及到众多的辨识和控制算法，不同算法之间的选择、切换和协调都是依靠启发式逻辑进行监控和决策的。

3）未建模动态的处理　例如PID控制中，系统元件的非线性并未考虑。当系统启停或设定值跳变时，由于元件的饱和等特性，在积分项的作用下系统输出将产生很大超调，形成弹簧式振荡，为此需要进行逻辑判断才能防止，即若误差过大，则取消积分项。又如当不希望执行部件过于频繁动作时，可利用逻辑实现的带死区的PID控制等。

4）系统在线运行的辅助操作　在核心的控制算法以外，系统的实际运行还需要许多重要的辅助操作，这些操作功能一般都是由启发式逻辑决定的。例如，为避免控制器的不合适初始状态在开机时造成对系统的冲击，一般采用从手动控制切入自动控制的方式，这种从手动到自动的无扰切换是逻辑判断的。又如，当系统出现异常状态或控制幅值越限时，必须在某种逻辑控制下进行报警和现场处理。更进一步，系统应该能与操作人员交互，以便使系统得到适当的对象先验知识，使操作人员了解、监护系统的运行状态等。

传统控制技术对于上述种种启发式控制逻辑，或者并没有作深入的揭示，或者采取了回避的态度，或者以专门的方式进行个别处理。专家控制的基本原理正是面对这些启发式逻辑，试图采用形式化的方法，将这些启发式逻辑组织起来，进行一般的处理，从它们与核心算法的结合上使传统控制表现出较好的智能性。总之，与传统控制技术不同，专家控制的作用和特点在于依靠完整描述的受控过程知识，求取良好的控制性能。

（2）结构　专家控制系统的总体结构如图4.21所示。控制器的数值算法部分包含定量的数值计算解析知识，可按常规编程，与受控过程直接相连；控制器的知识基部分包含定性的进行符号推理的启发式知识，可按专家系统的设计规范编码，通过数值算法与受控过程间接相连。算法知识是一种控制作用，其具体内容不必转换成符号的逻辑关系存入知识库，而与知识基子系统中的定性知识混杂在一起。这种分离构造方式体现了知识按属性分别表示的原则，而且还体现了智能控制系统的分层递阶原则。数值计算快速、精确，在下层直接作用于

受控过程，而定性推理较慢、粗略，在上层对数值算法进行决策、协调和组织。

数值算法、知识基(库)系统、及人机通讯为控制系统的三个独立子过程，在计算机中是并行运行的。数值算法有最高优先权。人机通讯与知识基系统直接交互，而与数值算法间接联系。控制按采样周期进行，可中断人机会话的处理。这种并行运行的机制体现了专家控制功能的有机结合，也保证了系统的实时性。

数值算法部分由控制、辨识和监控三类算法组成：控制算法根据控制命令和测量信号计算控制信号，例如 PID 算法、极点配置算法、离散滤波器算法、最小方差算法等。控制算法一次运行一种。辨识算法和监控算法从数值信号流中抽取特征信息，可以看作是滤波器或特征抽取器，仅当系统运行状况发生变化时，才往知识库系统中发送信息。在稳态运行期间，系统按传统控制方式运行。辨识、监控算法中包括延时反馈算法、递推最小二乘算法、水平交叉检测器等。上述三类算法具有相同的编程格式和接口，以便增添新的算法。

系统的三个子过程之间的通讯通过 5 个"邮箱"进行：① Out box 将控制命令、控制算法参数变更值以及信息发送请求等从知识库送往数值算法部分；② In box 将算法执行结果、检测预报信号、对于信息发送请求的答案、用户命令、以及定时中断信号分别从数值算法、人机接口、以及定时操作部分送往知识库；③ Answer box 传送数值算法对知识库系统的通讯应答信号。④ Result box 传送知识库发出的人机通讯结果；⑤ Timer box 发送定时操作信号。

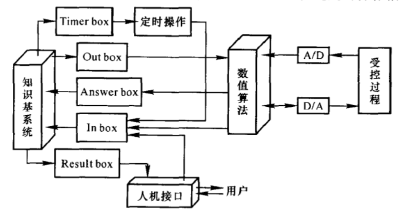


图 4.21 专家控制系统的总体结构

第三节 模糊控制

模糊性是人的主观意念的特性之一。当人在描述事物中使用"较大"、"较

小”等概念时，并没有给出明确的数值，而是一个带有模糊性的数值范围。由于模糊的概念仍然带有数量上的特征，因此如何应用数学的方法来处理事物带模糊性的数量关系，就成为数学上的一个研究课题。1965 年，美国 L. A. Zadeh 教授提出模糊集理论，为用精确的数学语言描述模糊性概念开辟了道路。有关模糊集合、模糊逻辑的数学理论，目前被称为模糊数学。

模糊集与一般集合论有所不同。对于一般集合来说，一个元素或属于该集合，或不属于该集合，二者必居其一。但对模糊集而言，一个元素对一个集合的归属用隶属度来表示：隶属度为 1 或 0 分别表示完全归属该集合或完全不归属该集合；隶属度为 0～1 之间的一个数表示该元素隶属于该集合的程度，数值越大，隶属度越高。

模糊控制(Fuzzy Control)是一类应用模糊集理论的控制方法，主要目的是通过模拟人的思维方式中的模糊性，来控制难以建立常规数学模型的过程。

常用的控制算法有 PID 控制、自适应控制、最优控制等。如果受控对象比较简单或对象模型已知，这些控制算法一般能得到较好的控制性能。如果受控系统模型未知，则 PID 控制、自适应控制、最优控制等方法的模型须通过参数估计等辨识方法来获得，此时若受控对象比较复杂，有时会难以得到令人满意的控制结果。

模糊控制是一种对系统的宏观控制方法，其核心是用语言描述的控制规则。语言控制规则通常用 IF - THEN 的方式来表达过程控制专家的知识和经验。IF 部分，即条件部分，涉及受控变量构成的命题；THEN 部分，即结论部分，涉及控制变量的命题。模糊控制的最大特征是将专家的控制经验表示成语言控制规则，然后用这些规则去控制系统。因此，模糊控制适用于复杂的、非线性的系统的控制。

与专家系统控制相似，模糊控制中也要建立基于规则的控制规律。不同之处在于，专家系统控制中的规则及概念属于一般集合，性质上非此即彼，无须进行模糊运算；模糊控制的规则和概念属于模糊集合，性质上亦此亦彼，需要进行模糊运算。

模糊控制的实现主要可分三个阶段，即精确量的模糊化、模糊推理与决策以及模糊量的精确化。上述三个阶段是对人类智能活动基本过程的抽象与简化。例如，当操作人员用手感觉一个容器的温度时，得到的是温度高或低的模糊量概念，此时容器温度的精确量在人脑中被变换成模糊量。当操作人员改变阀门开启大小来调节容器温度时，实现的是阀门开启的精确角度，此时阀门开启大、小的模糊决策量转变成实际开启的精确量。实际模糊控制器的工作过程可见图 4.22。

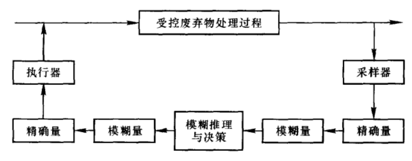


图 4 22 模糊控制器的工作过程示意图

一、模糊集原理

模糊集原理主要涉及模糊集和隶属函数、模糊集运算、模糊关系及运算等概念。

1. 模糊集和隶属函数

所谓给定论域 X 上的一个模糊集 A，是指对于任意 $x \in X$，都指定了一个数 $\mu_A \in [0,1]$，称为 x 对 A 的隶属度。

例如，如果模糊集合 A 为"差不多比 100 克重的苹果为大苹果"，则 150 克、110 克、90 克的苹果对 A 的隶属度基本为 $\mu_A(150)=1$，$\mu_A(110)=0.9$，$\mu_A(90)=0.4$。同理，$\mu_A(x_1)=1$，$\mu_A(x_2)=0.6$，$\mu_A(x_3)=1$ 分别表示了 x_1、x_2、x_3 对 A 的隶属度。映射 $\mu_A: X \to [0,1]$，$x \to \mu_{\tilde{A}}(x)$，称为 A 的隶属函数。论域 X 上模糊集的全体记为 $F(X)$。X、A、x 的相互关系可见图 4.23。

模糊集可以用序偶形式表示，即 $A=\{(x,\mu_A(x)) \mid x \in X\}$。例如，在整数 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 组成的论域（离散型）中，即 $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，各元素的隶属度为 $\mu_A(X)=\{0,0,0.3,0.7,1,1,0.7,0.3,0,0\}$，则模糊集 A 为：

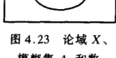


图 4.23 论域 X、模糊集 A、和数值 x 的相互关系

$A=\{(x,\mu_A(x)) \mid x \in X\}=\{(1,0),(2,0),(3,0.3),(4,0.7),(5,1),(6,1),(7,0.7),(8,0.3),(9,0),(10,0)\}$

模糊集也可以用积分（论域连续）或加和（论域离散）的形式表示，如

$$A=\int_x \mu_A(x)/x \quad \text{或} \quad \sum_{i=1}^{10} \mu_A(x_i)/x_i$$

注意此处符号 $\int$ 和 $\sum$ 均表示"或(or)"。例如，对于离散论域，

$$A=\sum_{i=1}^{10} \mu_A(x_i)/x_i=(0/1)+(0/2)+(0.3/3)+(0.7/4)+(1/5)+(1/6)$$

$+(0.7/7),(0.3/8)+(0/9)+(0/10)$

式中,“+”表示“或”。

2. 模糊集运算

设 A,B 均为模糊集合,即 $A,B\in F(X)$,定义:

(1) 并集 $A\cup B$　$\mu_{A\cup B}(x)=\max[\mu_A(x),\mu_B(x)]$, $\forall x\in X$。符号 $\forall x$ 表示“对所有的 x”。上式可简记为:

$$\mu_{A\cup B}(x)=\mu_A(x)\vee\mu_B(x),\ \forall x\in X$$

式中,$\vee$ 表示二者取其大,$\wedge$ 表示二者取其小。

(2) 交集 $A\cap B$　$\mu_{A\cap B}(x)=\min[\mu_A(x),\mu_B(x)]$, $\forall x\in X$。可简记为:

$$\mu_{A\cap B}(x)=\mu_A(x)\wedge\mu_B(x),\ \forall x\in X$$

(3) 补集　若有 $\mu_B(x)=1-\mu_A(x)$,则称 B 为 A 的补集,记为 $B=\bar{A}$。

(4) 直积　若有两个模糊集 A 和 B,论域分别为 X 和 Y,则定义在 $X\times Y$ 上的模糊集合 $A\times B$ 为 A 和 B 的直积,其隶属函数为:

$$\mu_{A\times B}(x,y)=\min[\mu_A(x),\mu_B(y)],\text{或 }\mu_{A\times B}(x,y)\cong\mu_A(x)\mu_B(y)$$

3. 模糊关系

集合 $X\times Y$ 之间的模糊关系 R 是指定义在直积 $X\times Y$ 上的模糊子集,其隶属函数用 $\mu_R(x,y)$ 表示。当 X 和 Y 相同时,R 被称为 X 上的模糊关系。

例如,若 X 是实数集合,$x,y\in X$,则“x 和 y 大致相同”是 X 上的一种模糊关系,记为 $R(x\approx y)$,其隶属函数为:

$$\mu_{(x\approx y)}(x,y)=e^{-(x-y)2}$$

而“x 比 y 大得多”也是 X 上的一种模糊关系,记为 $R(x\gg y)$,其隶属函数为:

$\mu_{(x\gg y)}(x,y)=1/\{1+[10/(x-y)]^2\}$(当 $y>x$),或 $\mu_{(x\gg y)}(x,y)=0$(当 $y\leqslant x$)。

当 X 和 Y 均为有限子集,即 $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_m\}$, $Y=\{y_1,y_2,\ldots,y_n\}$, $X\times Y$ 上的模糊关系可由以下模糊矩阵表示,$\mu_R(x_1,y_1)$]取值在 0～1 之间:

$$R=\begin{bmatrix}\mu_R(x_1,y_1) & \mu_R(x_1,y_2) & \ldots & \mu_R(x_1,y_n)\\ \mu_R(x_2,y_1) & \mu_R(x_2,y_2) & \ldots & \mu_R(x_2,y_n)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \mu_R(x_m,y_1) & \mu_R(x_m,y_2) & \ldots & \mu_R(x_m,y_n)\end{bmatrix}$$

例如,令 R 是 $X=\{x,y,z\}$ 上的模糊关系,

$R=0.3|(x,x)+0.8|(x,y)+0.4|(y,y)+0.1|(y,z)+0.7|(z,x)+0.2|(z,z)$

则其模糊矩阵为:

$$R = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.3 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.1 \\ 0.7 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \end{array}$$

4. 模糊关系运算

设 R_1、R_2 是 $X\times Y$ 上的模糊关系，定义：

(1) 相等 $R_1=R_2 \leftrightarrow \mu_{R_1}(x,y)=\mu_{R_2}(x,y), \forall x\in X, \forall y\in Y$。

(2) 包含 $R_1\subseteq R_2 \leftrightarrow \mu_{R_1}(x,y)\leqslant \mu_{R_2}(x,y), \forall x\in X, \forall y\in Y$。

(3) 并 $R_1\cup R_2 \leftrightarrow \mu_{R_1\cup R_2}(x,y)=\mu_{R_1}(x,y)\vee \mu_{R_2}(x,y), \forall x\in X, \forall y\in Y$。

(4) 交 $R_1\cap R_2 \leftrightarrow \mu_{R_1\cap R_2}(x,y)=\mu_{R_1}(x,y)\wedge \mu_{R_2}(x,y), \forall x\in X, \forall y\in Y$。

5. 模糊关系的合成

设 R_1 是 $X\times Y$ 上的模糊关系，R_2 是 $Y\times Z$ 上的模糊关系，则 R_1 对 R_2 的合成定义为：

$R_1\circ R_2 \leftrightarrow \mu_{R_1\cdot R_2}(x,z)=\vee_Y[\mu_{R_1}(x,y)\wedge \mu_{R_2}(y,z)], \forall x\in X, \forall z\in Z$。

例如，若 R 代表$X\times Y$ 上的“y 比 x 大得多”的模糊关系，S 代表 $Y\times Z$ 上的“Z 比 Y 大得多”的模糊关系，且两者的隶属函数分别为：

$\mu_R(x,y)=1/\{1+[10/(x-y)]^2\}$(当 $y>x$)，或 $\mu_R(x,y)=0$(当 $y\leqslant x$)

$\mu_S(y,z)=1/\{1+[10/(y-z)]^2\}$(当 $z>y$)，或 $\mu_S(y,z)=0$(当 $z\leqslant y$)

则 R 和 S 的合成为：

$$\mu_{R\cdot S}(x,z)=\vee_y[\mu_R(x,y)\wedge\mu_S(y,z)]$$

$$=\max_{z>y>x}(1/\{1+[10/(x-y)]^2\}\wedge 1/\{1+[10/(y-z)]^2\}) \quad (\text{当 } z>x)$$

$$\text{或 } \mu_{R\cdot S}(x,z)=0(\text{当 } z\leqslant x)。$$

当 $x-y=y-z$ 时，式 $y=(x+z)/2$，式$(1/\{1+[10/(x-y)]^2\}\wedge 1/\{1+[10/(y-z)]^2\})$取最大值，可得：

$\mu_{R\cdot S}(x,z)=1/\{1+[20/(x-z)]^2\}$(当 $z>x$)或 $\mu_{R\cdot S}(x,z)=0$(当 $z\leqslant x$)

对于$(x_0,y_0)=(0,20)$，“y 比 x 大得多”的隶属度 $\mu_R(x_0,y_0)=0.8$；但对于$(x_0,z_0)=(0,20)$，$\mu_{R\cdot S}(x_0,z_0)=0.5$。

又如，若 R 和 S 分别是有限集 $X\times Y$、$Y\times Z$ 上的模糊关系，其中 $X=\{x_1,x_2\}$，$Y=\{y_1,y_2,y_3,y_4\}$ $Z=\{z_1,z_2\}$，且：

$$R=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.3 & 1 & 1 & 0.5 \\ 0.7 & 0.2 & 0 & 0.4 \end{bmatrix} \end{array} \qquad S=\begin{array}{c} \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} z_1 & z_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.6 & 1.0 \\ 0.8 & 0 \\ 1 & 0.4 \\ 0.7 & 0.1 \end{bmatrix} \end{array}$$

则 R 对 S 的合成可用矩阵的乘积相对应的方法求得，即用 min(∧)代替乘法，用 max(∨)代替加法：

$$R\circ S=\begin{bmatrix} \mu_{R\cdot S}(x_1,y,z_1) & \mu_{R\cdot S}(x_1,y,z_2) \\ \mu_{R\cdot S}(x_2,y,z_1) & \mu_{R\cdot S}(x_2,y,z_2) \end{bmatrix}$$

$$R\circ S=\begin{bmatrix} 0.3 & 1 & 1 & 0.5 \\ 0.7 & 0.2 & 0 & 0.4 \end{bmatrix}\circ\begin{bmatrix} 0.6 & 1.0 \\ 0.8 & 0 \\ 1 & 0.4 \\ 0.7 & 0.1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0.4 \\ 0.6 & 0.7 \end{bmatrix}$$

6 模糊逻辑推理

模糊逻辑推理是模糊关系合成的应用之一。模糊命题可描述成“x 是 A”的形式，简记为命题 P。

模糊命题之间的运算有“与(and)”、“或(or)”等。若 P_1、P_2 为两个模糊命题，$\mu(P)$表示命题 P 的隶属度，则模糊推理的运算方法为：

$$\text{and}:\ \mu_A(P_1 \text{ and } P_2)=\mu_A(P_1)\wedge\mu_A(P_2)$$

$$\text{or}:\ \mu_A(P_1 \text{ or } P_2)=\mu_A(P_1)\vee\mu_A(P_2)$$

“意指(→)”或“蕴含”也是一种模糊命题之间的运算方法。

对于“一进一出”的模糊蕴含命题，如“x 为 A”成立意味着“y 为 B”以某种模糊性成立，则“x 为 A”和“y 为 B”之间的蕴含关系 R 可按下式计算：

$$R_{A\times B}=A\times B=\mu_{A\times B}(x,y)=\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)$$

对于“二进一出”的模糊命题，如“如果 x 为 A 且 y 为 B，则 z 为 C”，则“x、y、z”之间的模糊关系 R 可按下式计算：

$$R_{A\times B\times C}=A\times B\times C=\mu_{A\times B\times C}(x,y,z)=\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\wedge\mu_A(x)$$

若有 n 条“二进一出”的模糊命题，如：

R_1：如果 x_1 为 A_{11}和 x_2 为 A_{21}，则 Y 为 B_1 或

R_2：如果 x_1 为 A_{21}和 x_2 为 A_{22}，则 Y 为 B_2 或

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

R_n：如果 x_1 为 A_{n1}和 x_2 为 A_{n2}，则 Y 为 B_n 或

式中，$x_1\in X_1$，$x_2\in X_2$，$y\in Y$。上述规则的通式为：$R_i=(A_{i1}\times A_{i2})\times B_i$，其中，$i$ 为规则序号。因 R_1、R_2、…、R_n用“或(or)”相连，故 n 条规则的全体的模

糊集为：

$$R = R_1 \vee R_2 \vee \cdots \vee R_n$$

当 x_1 和 x_2 为已知模糊集时，y 和$(x_1 \times x_2)$之间的模糊关系可按最大－最小方法计算：

$$\mu_B(y) = \max_{x_1 \times x_2}[\mu_R(x_1 \times x_2, y) \wedge \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{A_2'}(x_2)]$$

例如，现有“二进一出”的模糊系统，其输入量为 x 和 y，输出量为 z，其输入输出关系可用下列模糊规则描述：

R_1：如果 x 是 A_1 and y 是 B_1，则 z 为 C_1

R_2：如果 x 是 A_2 and y 是 B_2，则 z 为 C_2

已知输入为 $x = A'$和 $y = B'$，要求输出量 z。这里 x、y、z 均为模糊变量，且已知：

$$A_1 = (1.0/a_1) + (0.5/a_2) + (0/a_3) \quad B_1 = (1.0/b_1) + (0.6/b_2) + (0.2/b_3)$$

$$C_1 = (1.0/c_1) + (0.4/c_2) + (0/c_3)$$

$$A_2 = (0/a_1) + (0.5/a_2) + (1.0/a_3) \quad B_2 = (0.2/b_1) + (0.6/b_2) + (1.0/b_3)$$

$$C_2 = (0/c_1) + (0.4/c_2) + (1.0/c_3)$$

$$A' = (0.5/a_1) + (1.0/a_2) + (0.5/a_3) \quad B' = (0.6/b_1) + (1.0/b_2) + (0.6/b_3)$$

由于这里所有的模糊集合均为离散量，所以模糊集合可以用模糊向量来描述，模糊关系可用模糊矩阵来描述。本题解法如下：

(1) 先求出每条规则的意指(蕴含)关系

$$R_i = (A_i \text{ and } B_i) \to C_i, (i = 1, 2)$$

$$A_1 \text{ and } B_1 = A_1 \times B_1 = A_1^{\mathrm{T}} \wedge B_1 = [1.0 \quad 0.5 \quad 0]^{\mathrm{T}} \wedge [1.0 \quad 0.6 \quad 0.2]$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0 & 0.6 & 0.2 \\ 0.5 & 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

为便于计算，上述模糊矩阵也可写成向量形式：

$$\overline{R}_{A_1 \times B_1} = [1.0 \quad 0.6 \quad 0.2 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

则：

$$R_1 = (A_1 \text{ and } B_1) \to C_1 = \overline{R}_{A_1 \times B_1} \wedge C_1$$

$$= [1.0 \quad 0.6 \quad 0.2 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}} \wedge [1.0 \quad 0.4 \quad 0]$$

$$
=\begin{bmatrix}1.0 & 0.4 & 0\\0.6 & 0.4 & 0\\0.2 & 0.2 & 0\\0.5 & 0.4 & 0\\0.5 & 0.4 & 0\\0.2 & 0.2 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{bmatrix}
$$

同理可求得 R_2，

$$
R_2=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0.2 & 0.2\\0 & 0.4 & 0.5\\0 & 0.4 & 0.5\\0 & 0.2 & 0.2\\0 & 0.4 & 0.6\\0 & 0.4 & 1.0\end{bmatrix}
$$

(2) 求总的意指关系 R

$$
R=R_1\vee R_2=\begin{bmatrix}1.0 & 0.4 & 0\\0.6 & 0.4 & 0\\0.2 & 0.2 & 0\\0.5 & 0.4 & 0.2\\0.5 & 0.4 & 0.5\\0.2 & 0.4 & 0.5\\0 & 0.2 & 0.2\\0 & 0.4 & 0.6\\0 & 0.4 & 1.0\end{bmatrix}
$$

(3) 计算输入量的模糊集合 $A'$and B'

$$
A'\text{and }B':=A'\times B'=A^{\mathrm{T}}\wedge B'=[0.5\quad 1.0\quad 0.5]^{\mathrm{T}}\wedge[0.6\quad 1.0\quad 0.6]
$$

$$
=\begin{bmatrix}0.5 & 0.5 & 0.5\\0.6 & 1.0 & 0.6\\0.5 & 0.5 & 0.5\end{bmatrix}
$$

$$
\overline{R}_{A\times B}=[0.5\quad 0.5\quad 0.5\quad 0.6\quad 1.0\quad 0.6\quad 0.5\quad 0.5\quad 0.5]
$$

(4) 计算输出量的模糊集合

$$C' = (A' \text{ and } B') \circ R = \bar{R}_{A \times B'} \circ R$$

$$= \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.6 \\ 1.0 \\ 0.6 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}^{T} \circ \begin{bmatrix} 1.0 & 0.4 & 0 \\ 0.6 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0.4 & 0.2 \\ 0.5 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.4 & 0.5 \\ 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 1.0 \end{bmatrix} = [0.5 \quad 0.4 \quad 0.5]$$

所以，$C' = (0.5/c_1) + (0.4/c_2) + (0.5/c_3)$

7. 清晰化计算

在模糊控制中，模糊集之间通过模糊推理获得的模糊解，还须转换成清晰量才能进入实际操作。这一过程被称为模糊量的清晰化，或反模糊化。清晰化的方法有最大隶属度法、中位数法和加权平均法。其中，加权平均法使用较为普遍。

(1) 最大隶属度法　若输出量模糊集合 C' 的隶属度函数只有一个峰值，则取隶属度函数的最大值为清晰量，即：

$$\mu_{C'}(z_0) \geqslant \mu_C(z) \qquad z \in Z$$

式中，z_0 为清晰值。若输出量的隶属函数有多个极值，则取所有极值的平均值为清晰值。

例如，若已知输出量 z_1 和 z_2 的模糊集合分别为：

$$C_1' = (0.1/2) + (0.4/3) + (0.7/4) + (1.0/5) + (0.7/6) + (0.3/7)$$

$C_2' = (0.3/-4) + (0.8/-3) + (1/-2) + (1/-1) + (0.8/0) + (0.3/1) + (0.1/2)$

则根据最大隶属度法可求得清晰量 z_{10} 和 z_{20} 分别为：

$$z_{10} = \mathrm{d}f(z_1) = 5, z_{20} = \mathrm{d}f(z_2) = (-2-1)/2 = -1.5$$

式中，$\mathrm{d}f$ 为清晰化运算符。

(2) 中位数法　如图 4.24 所示，采用中位数法时，取 $\mu_C(z)$ 的中位数为 z 的清晰量，即 $z_0 = \mathrm{d}f(z) = \mu_C(z)$ 的中位数，满足：

$$\int_a^{z_0} \mu_C(z)\mathrm{d}z = \int_{z_0}^{b} \mu_C(z)\mathrm{d}z$$

即以 z_0 为分界，$\mu_{C'}(z)$ 与 z 轴之间两边面积相等。

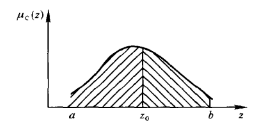


图 4.24 清晰化计算的中位数法

(3) 加权平均法 加权平均法又称重心法。对于连续的论域,这种方法取 $\mu_{C'}(z)$的加权平均值为 z 的清晰值,即:

$$z_0 = df(z) = \int_a^b z\mu_{C'}(z)dz \Big/ \int_a^b \mu_{C'}(z)dz$$

对于离散的论域,则有:

$$z_0 = df(z) = \sum_{i=1}^{n} z_i\mu_C(z_i)dz \Big/ \sum_{i=1}^{n} \mu_{C'}(z_i)dz$$

例如,对于最大隶属度法中的例题,用加权平均法计算可得:

$$z_{10} = [0.1\times2+0.4\times3+0.7\times4+1.0\times5+0.7\times6+0.3\times7]/[0.1+0.4\times3+0.7+1.0+0.7+0.3] = 4.84$$

$$z_{20} = [0.3\times(-4)+0.8\times(-3)+1\times(-2)+1\times(-1)+0.8\times0+0.3\times1+0.1\times2]/[0.3+0.8+1+1+0.8+0.3+0.1] = -1.42$$

二、模糊控制设计方法

1. 确定模糊控制器输入变量和输出变量

输入变量一般为受控变量的偏差或偏差的变化,控制变量的变化作为输出变量;

2. 定义模糊子集,建立模糊规则

如前所述,模糊规则的一般形式是 If…,Then…。例如,某一模糊规则为"如果偏差较大,而且偏差变化率属中等水平,则控制作用较强",可写成:

$$\text{If } e = A_i, e_c = B_j, \text{Then } u = C_{ij}$$

式中,$i = 1,2,\cdots,n$;$j = 1,2,\cdots,m$;$C_{ij} \in \{c_1, c_2, \cdots, c_l\}$。$A_i$、$B_j$、$C_{ij}$ 分别为定义在偏差 e、偏差变化率 e_c 和控制作用 u 的变化范围(即论域)E、E_C、U 上的模糊子集,分别表示模糊概念"较大"、"大"、"较强"。n、m、l 分别为定义在 E、E_C、U 上的模糊子集个数。论域中的每一个元素都以隶属度 $\mu_{A_i}(e)$、$\mu_{B_j}(e_c)$、$\mu_{C_{ij}}(u)$与这些模糊子集发生联系。

在模糊控制中,目前主要应用状态评估和目标评估两种形式的控制规则:

(1) 状态评估规则

R_1:if x 是A_1 and y 是B_1 then z 是C_1

R_2:if x 是A_2 and y 是B_2 then z 是C_2

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

R_n:if x 是A_n and y 是B_n then z 是C_n

现有的模糊控制系统多采用状态评估形式的模糊控制规则。

(2) 目标评估规则

$$R_i:\text{if}\ [u\ 是\ C_i \to (x\ 是\ A_i\ \text{and}\ \ y\ 是\ B_i)]\ \text{then}\ u\ 是\ C_i$$

式中,u 是系统的控制量,x 和 y 表示要求的状态和目标或者是对系统性能的评估,因而 x 和 y 的取值常常是“好”、“差”等模糊语言。对于每个控制命令 C_i,通过预测相应的结果(x,y),从中选用最适合的控制规则。

模糊控制规则应具备以下性质:(1) 完备性 对于任意的输入应至少有一个可适用的规则,而且规则的适用程度应大于一定的数,譬如0.5;(2) 最小性 若模糊控制器的输入有 m 个,每个输入的模糊分级数分别为 $n_1, n_2, \cdots, n_m$,则最大可能的模糊规则条数为 $N_{max} = n_1 n_2 \cdots n_m$。在满足完备性的条件下,应尽量减少模糊规则条数,以简化模糊控制器的设计和实现;(3) 一致性 模糊控制规则主要基于操作人员的经验,它取决于对多种性能的要求,而不同的性能指标要求往往互相制约,甚至是互相矛盾的。这就要求按这些指标要求确定的模糊控制不能出现互相矛盾的情况。

3. 模糊化运算

在模糊控制中,测量数据一般为清晰量,须将其模糊化后方可进行模糊推理。常用的模糊化方法有单点模糊集合和三角形模糊集合。

(1) 单点模糊集合 如果输入量数据 x_i^0 是准确的,则可将其模糊化为单点模糊集合。设该模糊集合用 A 表示,则有:

$$\mu_A(x_i) = 1(当\ x_i = x_i^0) \quad 或 \quad \mu_A(x_i) = 0(当\ x_i \neq x_i^0)$$

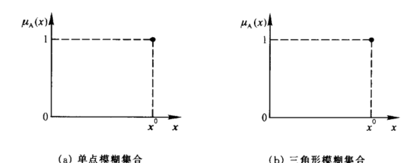
其隶属函数如图 4.25(a)所示。

(2) 三角形模糊集合 如果测量数据存在噪声,数据的模糊化运算是将随机量模糊化。此时可取模糊量的隶属度函数为等腰三角形,如图 4.25(b)所示。三角形的顶点相应于测量随机数的均值,底边长度为随机数据标准差 σ 的 2 倍。

测量数据在模糊化之前,须进行数据的尺度变换,将其变换到所需的数值范围。变换的方法可以是线性,也可以是非线性。例如,若测量数据变化范围为 $[x_{min}^*, x_{max}^*]$,需要变换到 $[x_{min}, x_{max}]$,则可采用线性变换的方法:

$$x^0 = [(x_{min} + x_{max})/2] + k[x^0 - (x_{min}^* + x_{max}^*)/2]$$

其中,比例因子 $k = (x_{min} - x_{max})/(x_{min}^* - x_{max}^*)$。



(a) 单点模糊集合　　(b) 三角形模糊集合

图 4.25 模糊化运算示意图

非线性量化方法是：在不同的论域采用不同的量化公式，一般对小偏差采用高分辨率量化，对大偏差采用低分辨率量化。实际工作中的一般作法是，首先将观测到的偏差 E 的变化范围设定为[-6,+6]之间的连续量，然后将该连续的精确量离散化，即将其分为若干档，每一档对应一个模糊集，而后进行模糊化处理。若精确量 x 的变化范围在[a,b]之间，则可通过下式将其转换成[-6,+6]之间的数值。一般可将[-6,+6]之间的数值分成 8 档：

"正大"(PL) ——多数取 +6 附近；
"正中"(PM)——多数取 +4 附近；
"正小"(PS) ——多数取 +2 附近；
"正零"(P0) ——多数比 0 稍大一点附近；
"负零"(N0) ——多数比 0 稍小一点附近；
"负小"(NS) ——多数取 -2 附近；
"负中"(NM)——多数取 -4 附近；
"负大"(NL) ——多数取 -6 附近；

这 8 档数值对应 8 个模糊子集，如表 4.3 所示。表中数值为与不同数值及档位的相应的隶属度值。

表 4.3 数值、档位及相应隶属度一览表

A_i \ x_i	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
PL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.8	1.0
PM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0.7	1.0	0.7	0.2
PS	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.8	1.0	0.5	0.1	0	0
+0	0	0	0	0	0	0	0	1.0	0.6	0.1	0	0	0	0
-0	0	0	0	0	0.1	0.6	1.0	0	0	0	0	0	0	0
NS	0	0	0.1	0.5	1.0	0.8	0.3	0	0	0	0	0	0	0
NM	0.2	0.7	1.0	0.7	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NL	1.0	0.8	0.4	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4. 确定关系矩阵 **R** 每一条控制规则确定了一个模糊意指或蕴含关系：

$$\boldsymbol{R}_{ij}:\boldsymbol{A}_i\times\boldsymbol{B}_j\to\boldsymbol{C}_{ij}\text{，即 } R_{ij}=A_i\times B_j\times C_{ij}\text{，}$$

或 $\mu_{R_{ij}}(x,y,z)=\mu_{A_i}(x)\wedge\mu_{B_j}(y)\wedge\mu_{C_{ij}}(z),\forall x\in X,\forall y\in Y,\forall z\in Z$。

对于 n 条规则，通过“或(or)”运算可得到模糊关系矩阵：

$$\boldsymbol{R}=\vee_{i,j}R_{ij}\text{，即}\vee_{i,j}(A_i\times B_j\times C_{ij})$$

或 $\mu_R(x,y,z)=\vee_{i,j}[\mu_{A_i}(x)\wedge\mu_{B_j}(y)\wedge\mu_{C_{ij}}(z)],\forall x\in X,\forall y\in Y,\forall z\in Z$。

设论域 Y、Z 中元素个数分别为 m 和 l，则关系矩阵 **R** 为 $n\times m\times l$ 维，可按模糊推理中求 R 的方法逐个元素求其隶属度。

5. 求控制输出模糊子集

设实测结果为：

$$x=A_k,k\in\{1,2,\cdots,n\}$$
$$y=B_h,h\in\{1,2,\cdots,m\}$$

由模糊推理最大－最小合成规则有： $C=(A_k\times B_h)\circ R$，

即 $\mu_C(z)=\vee_{x,y}[\mu_R(x,y,z)\wedge\mu_{A_k}(x)\wedge\mu_{B_h}(y)],x\in X,y\in Y$。

6. 进行模糊判决 先由模糊子集 C 判决量化元素 z，再由 z 转变为清晰量输出 u。由 C 到 z 可使用最大隶属度法，即取 z^*，使得 $\mu_{C_{ij}}(z^*)\geqslant\mu_{C_{ij}}(z)$。若有相邻多点同时取最大值，则 z^* 取这些点的平均值。

7. 制作控制查询表 以上(4)、(5)、(6)各步均可离线计算，所得结果可形成一张控制查询表(表 4.4)。

表 4.4 模糊控制查询表

X \ Y		偏差变化率 e_c				
		y_1	y_2	y_3	…	y_m
偏差 e	x_1	$\mu_C(x_1,y_1)$	$\mu_C(x_1,y_2)$	$\mu_C(x_1,y_3)$	…	$\mu_C(x_1,y_n)$
	x_2	$\mu_C(x_2,y_1)$	$\mu_C(x_2,y_2)$	$\mu_C(x_2,y_3)$	…	$\mu_C(x_2,y_n)$
	…	…	…	…	…	…
	x_n	$\mu_C(x_n,y_1)$	$\mu_C(x_n,y_2)$	$\mu_C(x_n,y_3)$	…	$\mu_C(x_n,y_n)$

根据上述模糊控制器的设计方法，可知模糊控制系统的工作方式如图 4.26 所示。

例 4.5 污泥脱水模糊控制系统设计

废水处理厂的废弃污泥可以使用带式压滤机脱水，而带式压滤机的压滤效率与滤带行进速度有关。模糊控制器的输入变量选用污泥含水量对设计值的偏差和偏差变化率，输出变量为滤带速度，该控制器为 2 输入 1 输出系统。

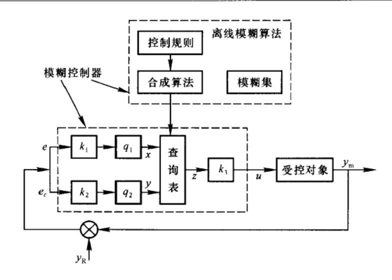


图 4.26 模糊控制系统信息流示意图

设偏差 e_i、偏差变化 e_{ci} 的精确论域分别为 E 和 E_c，控制量 u_i 的精确论域为 U，i 为模糊控制器的采样次数。若第 i 采样时刻污泥含水量的设定值为 R_i，测定值为 θ_i，则 $e_i = R_i - \theta_i, e_i \in E$；$e_{ci} = e_i - e_{i-1}, e_{ci} \in E_c$；$u_i = u_i, u_i \in U$。

根据操作人员的经验，可以总结出污泥含水量控制的模糊语言规则，其形式是："如果 e_i 正大且 e_{ci} 正大，则 u_i 正大"。控制指标是"偏差值≤0.25%"。表4.5是包含18个模糊决策规则的模糊决策表。表中，P为正，N为负，L、M、S分别为大、中、小。例如，偏差变量 x_i 的模糊子集分别为正大、正中、正小、+0、-0、负小、负中、负大；偏差变化变量 y_i 的模糊子集分别为正大、正中、正小、0、负小、负中、负大；控制变量 z_i 的模糊子集分别为正大、正中、正小、0、负小、负中、负大。操作人员的决策经验可用表4.5来表示。

表 4.5 模糊决策表（表中值为 z_i）

<table>
<tr><th>x_i \ y_i</th><th>PL</th><th>PM</th><th>PS</th><th>0</th><th>MS</th><th>NM</th><th>NL</th></tr>
<tr><td>PL</td><td colspan="4" rowspan="2">NL</td><td rowspan="2">NM</td><td colspan="2" rowspan="2">0</td></tr>
<tr><td>PM</td></tr>
<tr><td>PS</td><td colspan="2" rowspan="3">NM</td><td>NM</td><td>NM</td><td>0</td><td colspan="2">PS</td></tr>
<tr><td>+0</td><td rowspan="2">NS</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">PS</td><td colspan="2" rowspan="3">PM</td></tr>
<tr><td>-0</td></tr>
<tr><td>NS</td><td colspan="2">NS</td><td>0</td><td colspan="2">PM</td></tr>
<tr><td>NM</td><td colspan="2" rowspan="2">0</td><td rowspan="2">PM</td><td colspan="4" rowspan="2">PL</td></tr>
<tr><td>NL</td></tr>
</table>

设 e_t、e_{ct}、u_t 的模糊论域分别是 X、Y、Z，令：

$X=[-6,-5,\cdots,-1,-0,+0,+1,\cdots,+5,+6]$，$x\in X$；

$Y=[-6,-5,\cdots,-1,\ 0,\ +1,\cdots,+5,+6]$，$y\in Y$；

$Z=[-6,-5,\cdots,-1,\ 0,\ +1,\cdots,+5,+6]$，$z\in Z$；

采用非线性量化方法将精确量转变成模糊量，e_t 的量化公式为：

$-3.5\leqslant e_t$，　　$x_t=-6$；

$-3.5\leqslant e_t<-1.5$，　　$x_t=-4(-5)$；

$-1.5\leqslant e_t<-0.7$，　　$x_t=-3$；

$-0.7\leqslant e_t<-0.6$，　　$x_t=-2$；

$-0.6\leqslant e_t<0.6$，　　$x_t=0$；

$0.6\leqslant e_t<0.7$，　　$x_t=2$；

$0.7\leqslant e_t<1.5$，　　$x_t=3$；

$1.5\leqslant e_t<3.5$，　　$x_t=4(5)$；

$3.5\leqslant e_t$，　　$x_t=6$。

e_{ct} 的量化公式可与 e_t 的量化公式相类似。

令 A_t、B_t、C_t 分别为 e_t、e_{ct}、u_t 的模糊子集，即 $x_t=\{A_t\}$、$y_t=\{B_t\}$、$z_t=\{C_t\}$。表 4.6 列出了各偏差变量及其模糊子集的关系。由表可见，偏差变量 x_t 选用了 8 个模糊子集来描述它在论域内所有可能的状态，这 8 个模糊子集组成了代表该偏差的模糊语言变量。偏差的变化 y_t 和控制量 z_t 分别由 7 个模糊子集来描述。

对模糊论域 X、Y、Z 上各元素，规定它们对模糊子集 $\{A_t\}$、$\{B_t\}$、$\{C_t\}$ 的隶属度如表 4.7、4.8、4.9 所示。为简明起见，表 4.7、4.8、4.9 中隶属度为 0 的元素表中未列出。

表 4.6　模糊子集语言集合变量

变量	集合	各模糊子集								论域
e_t	A_t	PL	PM	PS	+0	−0	NS	NM	NL	$e_t\in X$
e_{ct}	B_t	PL	PM	PS	0		NS	NM	NL	$e_{ct}\in Y$
u_t	C_t	PL	PM	PS	0		NS	NM	NL	$u_t\in Z$

表 4.7　偏差隶属度表(表中值为 $\mu_{A_i}(x_i)$)

A_i \ x_i	−6	−5	−4	−3	−2	−1	−0	+0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
PL											0.1	0.4	0.8	1.0
PM										0.2	0.7	1.0	0.7	0.2
PS								0.3	0.8	1.0	0.5	0.1		
+0								1.0	0.6	0.1				
−0					0.1	0.6	1.0							
NS			0.1	0.5	1.0	0.8	0.3							
NM	0.2	0.7	1.0	0.7	0.2									
NL	1.0	0.8	0.4	0.1										

表 4.8　偏差变化隶属度表(表中值为 $\mu_{B_i}(y_i)$)

B_i \ y_i	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
PL										0.1	0.4	0.8	1.0
PM									0.2	0.7	1.0	0.7	0.2
PS								0.9	1.0	0.7	0.2		
0						0.5	1.0	0.5					
NS			0.2	0.7	1.0	0.9							
NM	0.2	0.7	1.0	0.7	0.2								
NL	1.0	0.8	0.4	0.1									

表 4.9　控制量隶属度表(表中值为 $\mu_{C_i}(z_i)$)

C_i \ z_i	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
PL										0.1	0.4	0.8	1.0
PM									0.2	0.7	1.0	0.7	0.2
PS								0.4	1.0	0.8	0.4	0.1	
0						0.5	1.0	0.5					
NS		0.1	0.4	0.8	1.0	0.4							
NM	0.2	0.7	1.0	0.7	0.2								
NL	1.0	0.8	0.4	0.1									

先根据表 4.7、4.8、4.9 的隶属度数据，通过偏差和偏差变化两个模糊矩阵的求交运算，以及求交所得模糊关系矩阵与控制量模糊矩阵之间的蕴含计算，可得三个模糊矩阵(表 4.7、4.8、4.9)之间总的模糊蕴含关系 R。然后根据已知的偏差及偏差变化的模糊集数据(表 4.7、4.8 数据)通过求交运算，获得该两个已知模糊集在各种状态组合下(由脚标 i、j 控制)的蕴含关系矩阵 E_i'、E_{c_j}'。最后通过模糊集的合成运算($Z_{ij}' = (E_i' \times E_{c_j}') \circ R$)获得控制量 Z' 在各种偏差及偏差变化组合下的模糊矩阵，形成如表 4.10 所示的模糊控制。上述计算须使用计算机编程后进行。

从表 4.10 得到的是控制输出的模糊量化值 z_i，要将其转变为精确值才能在控制中使用，可使用最大隶属度法、中位数法或加权平均法实现模糊量的清晰化。

表 4.10 模糊控制表(表中值为 z_i)

x_i \ y_i	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
−6	+6	+6	+6	+5	+5	+5	+5	+4	+3	+2	+1	0	0
−5	+6	+6	+5	+5	+5	+4	+4	+4	+3	+1	0	0	0
−4	+6	+5	+5	+5	+4	+4	+4	+3	+2	+1	0	0	0
−3	+5	+5	+4	+4	+4	+4	+3	+2	+1	0	−1	−1	−1
−2	+5	+4	+4	+4	+3	+3	+2	+1	0	0	−1	−1	−2
−1	+4	+4	+3	+4	+3	+3	+1	0	0	0	−2	−2	−3
−0	+3	+3	+3	+3	+1	+1	0	−1	−1	−1	−2	−3	−4
+0	+3	+3	+2	+3	+1	+1	0	−1	−2	−2	−2	−3	−5
+1	+2	+2	+2	+2	0	0	−1	−2	−3	−3	−3	−4	−5
+2	+1	+1	+1	+1	0	−2	−2	−3	−3	−4	−4	−5	−6
+3	+1	0	0	0	−1	−2	−3	−3	−4	−5	−5	−6	−6
+4	0	0	0	−1	−1	−3	−3	−4	−5	−5	−6	−6	−6
+5	0	0	0	−1	−2	−3	−4	−5	−5	−6	−6	−6	−6
+6	0	0	0	−2	−3	−3	−5	−6	−6	−6	−6	−6	−6

例 4.6 曝气池曝气流量模糊控制

废水好氧悬浮生物处理中均设有曝气池。由于曝气池须通过风机鼓风曝气，因而能耗很大。若能适当控制曝气流量，使之处在正常操作的设定值附近，则可减少能耗，提高效率。这里，可以使用模糊控制器来达到这一目标。

模糊控制器的控制规则为：① 若曝气池溶解氧 DO 浓度高于设定值，则关小气流阀门；差值越大，阀门关小越多，但不是线性的；② 若曝气池溶解氧 DO 浓度低于设定值，则开大气流阀门；差值越大，阀门开大越多，也不是线性的。

因此，类似于例 4.5 中污泥脱水的设计，将 DO 的测量值与设定值之偏差 e 分为如下 7 档：负大(NL)，负中(NM)，负小(NS)，零(0)，正小(PS)，正中(PM)，正大(PL)。对于每一档偏差 e_t，分别给予 −3、−2、−1、0、+1、+2、+3 量化数值，以将每一档偏差划分成 7 个等级。对应于每一档偏差和量化数值，设定其隶属度数值，然后将偏差、量化数值及隶属度数值编制成偏差的隶属度表（见表 4.11）。偏差的论域是：$E=\{-3,-2,-1,0,+1,+2,+3\}$。

控制量是阀门的开度 u，可将 u 分成 7 档 9 级，赋予相应的隶属度，可获得控制量、量化数值的隶属度表（见表 4.12）。控制量的论域是：$U=\{-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,+4\}$。

根据上述操作人员经验，可制定如下控制规则：

if e = (NL), then u = (PL)

if e = (NM), then u = (PM)

if e = (NS), then u = (PS)

if e = (0), then u = (0)

if e = (PS), then u = (NS)

if e = (PM), then u = (NM)

if e = (PL), then u = (NL)

上述规则是以“或(or)”相连的多级条件语句，其模糊关系为：

$$R = R_1 \vee R_2 \vee R_3 \vee R_4 \vee R_5 \vee R_6 \vee R_7$$

求 R 的隶属度方法为：$\mu_R(x,y) = \vee_{i,j}\mu_{C_i}(x) \wedge \mu_{u_j}(y)$

$$R_1 = (\mathrm{NL})_l \times (\mathrm{PL})_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 1.0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = (\mathrm{NM})_l \times (\mathrm{PM})_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 0\ 4 & 0.4 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 1.0 & 0.4 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_3 = (\mathrm{NS})_l \times (\mathrm{PS})_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 1.0 & 0.4 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_4 = (0)_l \times (0)_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 1.0 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_5 = (\mathrm{PS})_l \times (\mathrm{NS})_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 1.0 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_6 = (\mathrm{PM})_l \times (\mathrm{NM})_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.4 & 1.0 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_7=(\mathrm{PL})_t\times(\mathrm{NL})_u=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0.1&0.1&0.1&0&0&0&0&0&0\\0.4&0.4&0.1&0&0&0&0&0&0\\1.0&0.4&0.1&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$R=\begin{bmatrix}0&0&0&0.1&0.1&0.4&0.4&0.4&1.0\\0&0&0.1&0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4\\0&0.1&0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1\\0.1&0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1&0.1\\0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1&0.1&0\\0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1&0.1&0&0\\1.0&0.4&0.4&0.4&0.1&0.1&0&0&0\end{bmatrix}$$

有了模糊关系 R,即可使用模糊关系合成算法。当给出一个实测获得的偏差 e,就可算出相应的控制量。若 $e=(\mathrm{NS})=(0.1,0.4,1.0,0.4,0.1,0)$,则:

$$u=e\circ R$$

$$=(0.1,0.4,1.0,0.4,0.1,0)\circ\begin{bmatrix}0&0&0&0.1&0.1&0.4&0.4&0.4&1.0\\0&0&0.1&0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4\\0&0.1&0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1\\0.1&0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1&0.1\\0.1&0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1&0.1&0\\0.4&0.4&1.0&0.4&0.4&0.1&0.1&0&0\\1.0&0.4&0.4&0.4&0.1&0.1&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$=(0.1,0.4,0.4,0.4,0.4,1.0,0.4,0.4,0.4)$$

结果为:$u=(0.1/-4)+(0.4/-3)+(0.4/-2)+(0.4/-1)+(0.4/0)+(1.0/1)+(0.4/2)+(0.4/3)+(0.4/4)$

最后,根据隶属度最大原理,控制量应选择“1”级。

第五章 复杂控制系统

在第二章“过程控制”及第三章“动态分析”中,涉及到的控制基本为单回路控制系统,即只有一个测量变送器、一个调节器、一个调节阀、对一个参数进行调节的系统。单回路控制系统亦称简单控制系统,可以解决工业过程控制中大量的定值控制问题,是过程控制中最基本、应用最广泛的控制形式。

但是,当受控过程比较复杂,或者受控过程在生产工艺、经济效益、环境保护、安全保障等方面要求比较高,此时单回路控制系统往往不能满足控制要求。原因是,简单控制系统功能单一,只能完成定值控制,对纯滞后较大、时间常数较大、过程内变量间相互关联、外界扰动大的过程调节质量较差。

为了满足复杂过程的控制要求,各种复杂控制系统应运而生,如以提高控制品质为目标的串级控制系统和前馈控制系统,以实现特定要求为目标的比值控制系统、均匀控制系统、分程控制系统和选择性控制系统,以及非线性控制系统、采样控制系统、解耦控制系统等。需要注意的是,在能使用单回路控制系统解决问题的场合,应避免使用复杂控制系统。

第一节 串级控制系统

一、结构与原理

在环境工程中,一些工艺对象具有较大的时间常数和纯滞后,为了保持过程变量在预定的控制精度范围之内,可以采用引入辅助过程变量的办法来克服外部干扰,以弥补简单控制系统的不足,串级控制系统就是根据这个原理构成的。

图 5.1 为串级控制系统的方框图,该系统有两个调节器,W_1 为主调节器,W_2 为副调节器,主调节器的输出作为副调节器的给定;系统有两个测量变送单元,W_{m1} 测量主受控变量 Y_1,W_{m2} 测量副受控变量 Y_2。该系统包含两个受控过程。主受控过程为 W_{01},其输入为副受控变量 Y_2;副受控过程为 W_{02},其输入为控制变量。系统的主回路由主调节器 W_1、副回路、主受控过程 W_{01}、主测量变送器 W_{m1} 组成;副回路由负调节器 W_2、副受控过程 W_{02}、副测量变送器 W_{m2} 组成。

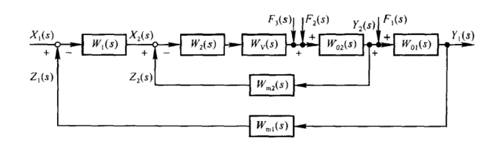


图 5.1　串级控制系统的方框图

$W_1(s)$—主调节器的传递函数；$W_2(s)$—副调节器的传递函数；$W_V(s)$—调节阀的传递函数；$W_{01}(s)$—主过程（整个过程的一部分）的传递函数；$W_{02}(s)$—副过程（整个过程的另一部分）的传递函数；$W_{m2}(s)$—副测量变送器的传递函数；$W_{m1}(s)$—主测量变送器的传递函数

图 5.2 是加热炉出口温度串级控制系统工作过程示意图。加热炉是包括环保工艺在内的许多生产过程的重要设备，其作用是将物料加热到一定的温度，允许误差一般为 1～2 ℃。影响加热炉出口温度的因素主要有：被加热物料的流量或初始温度 $f_1(t)$，燃料流量变化或热值变化 $f_2(t)$，烟尘抽力变化 $f_3(t)$等。可采用加热炉出口温度与炉膛温度的串级控制系统来控制加热炉出口的物料温度。

若系统在外界扰动下热平衡被破坏，加热炉出口温度发生变化，此时串级控制系统中的主、副调节器便开始工作，根据干扰点位置的不同，可分为下列三种情况：

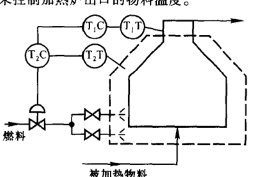


图 5.2　管式加热炉出口温度串级控制系统

1. 干扰作用于副回路

若 $f_2(t)$即加热炉燃油的压力、流量、组分等发生变化时，炉膛温度 Y_2 会相应变化，温度变送器 T_2T 将信号传送到副调节器 T_2C（即图 5.1 中的副调节器 W_2），改变调节阀的开度，改变燃油供应量。如干扰较小，经副回路调节以后，炉膛温度基本保持不变，这样就不会影响加热炉的出口温度。当干扰很大时，还会影响到主受控变量即加热炉的出口温度，这时主调节器 W_1 的输出开始发生变化，使副调节器 W_2 的给定值发生变化，副调节器 W_2 将接受给定值与测量值两方面的变化，从而使输入偏差增加，校正作用加强，加速了调节过程。

2. 干扰作用于主回路

当 $f_1(t)$ 即物料的入口流量和温度发生变化时，炉膛温度未及时变化，使出口温度发生改变。此时温度变送器 T_1T 将信号传送到主调节器 T_1C（即图 5.1 中的副调节器 W_1），主调节器 T_1C 根据加热炉出口温度的变化对副调节器 T_2C 的给定值进行调整。副调节器 T_2C 接到指令后，很快产生校正作用，改变燃料油调节阀的开度，改变燃烧量，使加热炉出口温度返回给定值。

3. 十扰同时作用于主、副回路

如果干扰作用使主受控变量与副受控变量往同一方向变化，则副调节器的输入偏差将显著增加，因而输出也将发生较大变化，以迅速克服干扰。如果主受控变量与副受控变量往相反方向变化，则副调节器输入的偏差将缩小，输出只要有较小的变化即能克服干扰。

综上所述，在串级控制系统中，由于主、副两个调节器串联在一起，再加上一个闭合的副回路，因而不仅能迅速克服作用于副回路的干扰，而且对于作用于主回路的干扰也有加快调节的进程。在调节过程中，副回路具有先调、快调、粗调的特点；主回路则具有后调、慢调、细调的特点。由于主、副回路互相配合，因而能改善过程调节的品质。

二、应用范围

串级控制系统可应用在容量滞后较大、纯时延较大、扰动幅度大且变化大、以及参数互相关联系统的控制，以求获得比单回路控制系统更好的效果。

1. 容量滞后较大过程

当过程的容量滞后较大时，若采用单回路控制，系统的过渡时间长、超调量大，控制质量往往不能满足生产要求。若采用串级控制系统，可以选择一个时延较小的副参数，构成一个副回路，使等效过程的时间常数减小，以提高系统的工作频率，加快系统对扰动的反应速度，从而得到较好的控制质量。以温度或质量为受控参数的过程，其容量时延往往比较大，而生产上对这些参数控制质量的要求又比较高，此时宜采用串级控制系统。

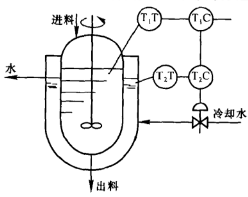


图 5.3 夹套反应器温度串级控制示意图

图 5.3 为一夹套式反应釜，物料在釜中进行反应获得产品并放出热量。为了保证产品质量，要求反应温度变化控制在 ±0.3℃。为此，可采用调节夹套中流动的冷却水量来控制反应温度。但是，冷却水流量和水温的变化均为反应温度的干扰因素，

由于反应釜容积大、时间常数大、容量时延较大，物料反应速度又比较快，所以单回路控制系统不能满足工艺要求。为了改善过程特性，提高系统的工作频率，可选择夹套温度为副参数，构成以聚合温度为主参数、夹套水温为副参数的串级控制系统。工业应用实践证明，该系统的控制效果令人满意。

2. 纯时延较大的过程

当过程纯时延较大，单回路控制系统不能满足工艺要求时，有时可以用串级控制系统来改善系统的控制质量。采用串级控制系统的目的，是在离调节阀较近、纯时延较小的地方，选择一个辅助参数作为副参数，构成一个纯时延较小的副回路。当扰动作用于副回路时，在它通过纯时延较大的主过程去影响主参数之前，由副回路实现对主要扰动的控制，从而克服纯时延的影响。副回路纯时延小，控制及时，可以减小扰动对主参数的影响。

例如某污染净化设施需对物料浸取过程进行温度控制，控制系统如图 5.4 所示。物料用泵从储槽送至混合槽，在混合器内用蒸汽加热至 72℃ 左右，经过立筛、圆筛除去杂质后到网前箱，再经铜网脱水。为了保证浸取过程的效率，工艺要求网前箱温度保持在 61℃ 左右，允许偏差不得超过 ±1℃。

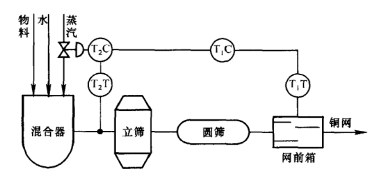


图 5.4　浸取过程网前箱温度串级控制

用单回路控制系统时，由于从混合器到网前箱纯时延达 90 s，当物料流量波动 35 kg/min 时，网前箱温度最大偏差达 8.5℃。过渡过程时间达 450 s，控制质量差，不能满足工艺要求。

为了克服这个 90 s 的纯时延，可选择混合器出口温度为副参数，网前箱出口温度为主参数，构成串级控制系统。这时，当物料流量波动 35 kg/min 时，最大偏差没有超过 1℃，过渡过程时间为 200 s，完全满足工艺要求。

3. 扰动幅度大且变化大的过程

串级控制系统的副回路对于进入其中的扰动有较强的校正能力。在系统设计时，只要将变化大且幅度大的扰动包括在副回路中，即可减少这种扰动对主参数的影响。

例如，在用精馏塔回收废有机溶剂中的有用组分时，要对塔釜温度进行控制，工艺要求温度偏差为±1.5℃。在生产过程中，由于蒸汽压力有可能变化大且幅度大，可从0.5 MPa在很短时间内降至0.3 MPa，若采用单回路调节系统，调节器的比例放大系数为1.3，塔釜温度波动可达±10℃，不能满足工艺要求。此时可采用串级控制系统，副调节器的比例放大系数为5，如图5.5所示。由于存在副回路，对于蒸汽压力40%的波动，塔釜温度变化在±1.5℃之内，可满足工艺要求。

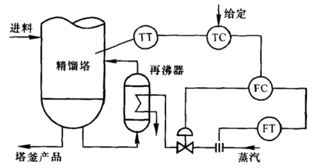


图5.5 流量与温度串级控制

4. 参数互相关联的过程

在有些生产过程中，有时两个互相关联的参数需要利用同一介质进行控制。若采用单回路系统，需要安装两套装置，不但增加投资，有时还不能实现。此时可在分清参数主次的基础上，采用串级控制系统来满足工艺要求。

例如，在用精馏塔对废有机溶剂进行分馏回收时，塔顶温度和塔中温度是两个相互关联的参数，两者均通过塔顶的回流量来控制，如图5.6所示。在采用串级控制系统后，可实现塔顶温度偏差在±1.0℃以内、塔中温度偏差在±1.3℃以内的控制目标。

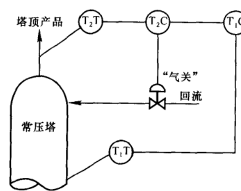


图5.6 塔顶温度和塔中温度的串级控制

第二节　比值控制系统

一、结构与原理

比值控制是过程控制中经常要碰到的问题。当两种物料要求以一定的重量比进行化学反应以保证反应充分时，即可使用比值控制来控制两种物料的重量比。

例如，在废水处理的混凝沉降或混凝气浮单元过程中，无机混凝剂如硫酸铝ALUM常与助凝剂如聚丙烯酰胺PAM以一定的重量配比进行投放，以保证废水中的颗粒物能在较短的时间内凝聚成较大额定颗粒。当PAM投放量保持在0.2 mg/L时，若ALUM投放量变化为5、10、15、20、30、40、50 mg/L，混凝沉降后上清液的悬浮颗粒物浓度SS分别为1800、540、82、40、76、85 mg/L，可见ALUM和PAM在一定的重量配比(PAM 0.2 mg/L，ALUM 30 mg/L)时可以达到最佳沉降效率。在实际工作中，PAM和ALUM的投放重量比可由比值控制来实现。

比值控制系统是使一种物料量随另一种物料量按比例变化的控制系统。常用的比值控制有单闭环比值控制、双闭环比值控制、变比值控制、带逻辑提量比值控制等。

1. 单闭环比值控制系统

最简单的比值控制系统是单闭环比值控制系统，控制原理可见图5.7。进入燃烧炉的煤气量与空气量须保持一定的配比。煤气流量 q_{V1} 是主流量，本身没有反馈控制，因而可变。空气流量 q_{V2} 是副流量，随 q_{V1} 而变，在稳态时保持 $q_{V2}=Kq_{V1}$。由于过程中仅 q_{V2} 的流量回路形成了闭环，所以称之为单闭环比值控制系统。单闭环比值控制系统适用于 q_{V1} 比较稳定的场合。

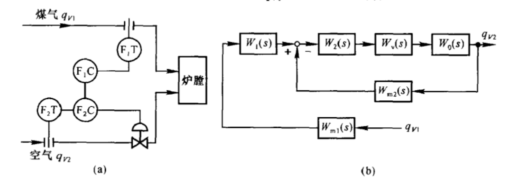


图5.7　单闭环比值控制系统(a)及其方框图(b)

当主流量 q_{V1} 不变，而副流量 q_{V2} 受到扰动时，可通过副流量的闭合回路进行定值控制。当主流量 q_{V1} 受到扰动时，W_1 根据预先设置好的比值使其输出成比例变化，即改变 q_{V2} 的给定值，W_2 根据给定值的变化，发出控制命令，以改变调节阀 M_v 的开度，使副流量 q_{V2} 随主流量 q_{V1} 变化，从而保证原设定的 q_{V1}/q_{V2} 的比值不变。当主、副流量同时受到扰动时，调节器 W_2 在克服副流量扰动的同时，又根据新的给定值，改变调节阀的开度，使主、副流量在新的流量数值的基础上，保持其原设定的比值关系。因此，该系统能确保主、副两个流量的比值不变。由于系统的结构比较简单，因而单闭环比值控制系统在工业生产过程自动化中应用较广。

但是，当 q_{V1} 波动比较频繁、变化幅度较大时，虽然经过 q_{V2} 的调节力图保持 q_{V1}/q_{V2} 的比值，但由于调节有一个过程，实际上 q_{V2} 无论是从累计量还是瞬时量来看都很难严格保持等于 Kq_{V1}，同时负荷经常波动也对下一道工序带来不利影响。为了解决这个问题，开发了双闭环比值控制系统。

2. 双闭环比值控制系统

双闭环比值控制系统原理如图 5.8 所示。该系统是由一个定值控制的主流量回路和一个随主流量变化的副流量控制回路组成。主流量控制回路能克服主流量扰动，实现其定值控制。副流量控制回路能抑制作用于副回路中的扰动。当扰动消除后，主、副流量都回复到原设定值上，其比值不变。

双闭环比值控制系统能实现主流量 q_{V1} 的定值控制，使主、副流量均比较稳定，从而使总物料量也比较平稳。因此，在工业生产过程自动化中，当要求负荷变化较平稳时，可以采用这种控制方法。但该方案使用的仪表数量较多，投资较大。

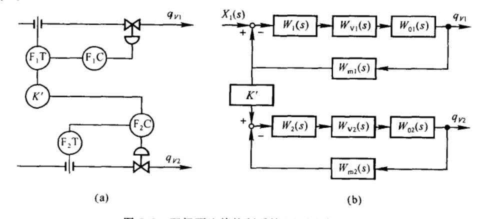


图 5.8 双闭环比值控制系统(a)及方框图(b)

3．变比值控制系统

有时在生产过程中，虽然采用了比值控制，但两种物料质量流量的比值会受到温度、压力、组分变化的影响，难以精确控制在期望值上，此时可以引入代表工艺过程配比质量指标的第三参数来进行比值自动设定，形成变比值控制系统。变比值控制系统是一个以第三参数或称主参数（质量指标）和以两个流量之比为副参数所组成的串级控制系统。

以图5.9(a)所示硝酸生产中的氨氧化过程为例。该过程可采用氧化炉温度（主变量）与氨、空比（副变量）的变比值或串级比值控制系统。氨在铂触媒的催化下氧化生成一氧化氮，如反应温度过低，则氧化率低，物料损失；若反应温度过高，则由于一氧化氮分解，收率也要下降，而且铂丝触媒网在高温下损失太大。所以综合考虑，用常压法氧化时氧化炉温度一般控制在840℃。运行时，只需改变氨气与空气的流量比值（副变量），使氨气在混合气体中占11.5%时，就能保持合适的氧化炉温度，得到98%的氧化率。

如图5.9(b)所示，系统在稳态时，主、副变量恒定，信号分别经测量变送器

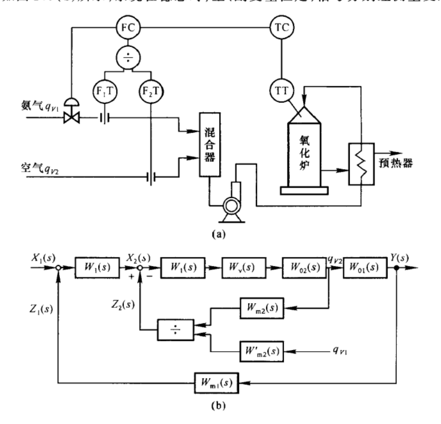


图5.9　氧化炉温度氨空比串级控制系统(a)及方框图(b)

到达除法器。除法器的输出即为氨空流量比,作为 W_2 的测量信号。此时主变量 Y 恒定,W_1 输出信号 X_2 稳定,且 $X_2 = Z_2$,W_2 输出稳定,调节阀开度一定,所以主变量 Y 符合工艺要求,产品质量合格。

当 q_{V1}、q_{V2} 出现扰动时,比值控制回路能保证 q_{V1}、q_{V2} 比值一定。在扰动幅值不大时,不影响主变量,或大大减小扰动对主变量 Y 的影响。在扰动幅值较大时,尽管 q_{V1}、q_{V2} 的流量比值不变,但 q_{V1}、q_{V2} 的实际流量与原流量值已经不同,主变量 Y 会偏离设定值。此时 W_1 的输出 X_2 产生变化,即 W_2 的给定值发生变化,也即修正了 q_{V1}、q_{V2} 的比值,使系统在新的流量比值上重新稳定。应该注意,在变比值控制系统中,比值部分只是一种控制手段,而所控制的第三参数往往是产品质量指标。

4. 带逻辑提量的比值控制系统

前面图 5.8 所示的双闭环比值控制系统还常用于锅炉燃烧控制,以保持空气流量与燃料流量的比值。在这样的系统中,若风机或调节空气流量的挡板失灵,空气流量就不能随燃料流量变化。

为了适应该极端情况下的控制需求,可使用带有逻辑提量的比值控制系统,如图 5.10 所示。该控制系统在正常工况下相当于一个蒸汽压力与燃料气流量或空气流量的串级控制系统,以及一个燃料气流量与空气流量的比值控制系统。该比值控制系统中的乘法器位于空气流量测量变送单元 FT_3 之后,而不是位于给定部分,这与常见的比值控制系统有所不同。

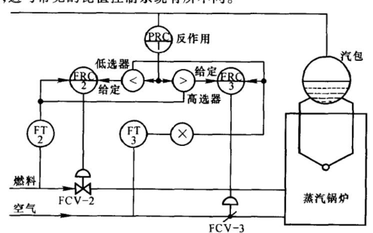


图 5.10 带逻辑提量的比值控制系统

如设蒸汽压力调节器 PRC-1 为反作用,则蒸汽用量增加时,蒸汽总管压力下降,PRC-1 输出增加,因 FRC-2 的给定在低选器之后,FRC-2 的给定及输

出均无法增加，所以燃料流量不变。当 PRC-1 的输出高于高选器时，空气流量调节器FCV-3将空气调节挡板 FCV -3开大，增大的空气流量信息经 FT-3 反馈到低选器，此时燃料流量调节器的给定值发生变化，使燃料气流量调节阀 FCV -2开大。当蒸汽用量减少，蒸汽总管压力上升时，压力调节器 PRC-1 的输出减少，该信号通过低选器使燃料气流量调节阀 FCV -2关小，减少的燃料气流量信息又经 FT-2 反馈到高选器，使空气流量调节器的给定值发生变化，使空气调节挡板 FCV -3关小。

综上所述，上述带逻辑提量的串级比值控制系统实现了能按蒸汽负荷的要求先加空气量后加燃料气量，或先减燃料气量后减空气量的逻辑关系。在正常情况下，该系统能保持空气流量与燃料气流量成一定比例；发生事故时，若空气流量中断，该系统能切断燃料气流量，确保生产安全。

二、应用举例

在本节“结构与原理”部分已经对比值控制系统的应用范围作了系统介绍，以下给出几个比值控制系统的应用实例：

1. 水、氯比控制

氯气常用于自来水的消毒。氯气用量是自来水厂关注的问题，用量过小则消毒不够完全，用量过大则自来水有氯气气味且增加处理费用。因此，要对需处理的水量及氯气用量进行比值控制。可使用如图 5.11 所示的比值控制系统。

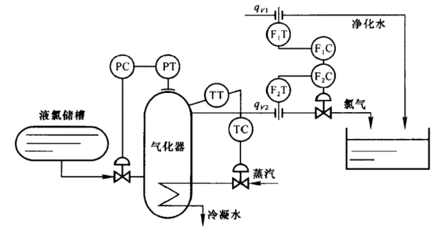


图 5.11　自来水消毒水氯比值控制系统

2. 废水 pH 控制

碱性工业废水可通过加酸中和后排放，或加酸中和后进入下一个单元作进一步处理。如果废水及中和用酸的浓度都是变化的，为了保证最终质量指标 pH

$=7$,可以设计和应用变比值控制系统,如图 5.12 所示。由图可知,废水流量 q_{V1} 与酸流量 q_{V2} 比是随第三参数 pH 的变化由比值器自动校正的。在稳态时,$q_{V2}/q_{V1}=K$,pH$=7$。当主流量 q_{V1} 受到扰动时,通过比值控制回路改变 q_{V2},使 $q_{V2}/q_{V1}=K$,此时 pH$=7$。当废水或酸的浓度变化时,会改变 pH 值。此时系统可通过 pH 反馈控制,使 pH 调节器的输出变化,从而修正比值 K,使得在新的流量比值下保证 pH$=7$。

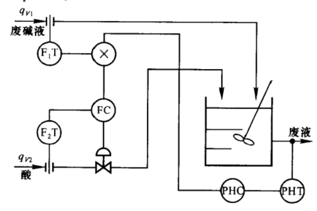


图 5.12 废水 pH 调节变比值控制系统

第三节 均匀控制系统

均匀控制系统具有使控制量与受控量均匀缓慢地在一定范围内变化的功能。在定值控制系统中,为了保持受控变量恒定不变,控制变量的变化幅度可以较大;但有时控制变量和受控变量均很重要,有扰动时希望控制变量和受控变量都能缓慢而均匀地变化,此时可以考虑使用均匀控制系统。

许多污染物处理过程具有连续性,即一个装置的前、后存在其它的装置。前一装置的流出物料,就是后一个装置的流进物料;而后一装置的流出物料又输送到其它的装置。所以,各个装置是互相联系、互相影响的。例如在废水处理中,可能有数个曝气池串联在一起工作,前一池的出水就是后一池的进水。图 5.13 为两个连续操作的曝气装置。

工艺要求 1 号池的液位稳定在某一范围,2 号池的进料量保持稳定。为了满足上述工艺要求,似乎可以在 1 号池设置液位控制系统,在 2 号池设置流量控制系统。但是,这样设置的两套控制系统并不能协调工作。假如 1 号池在扰动作用下液位上升,液位调节器即会增加调节阀①的开度,使出料流量增大,液位

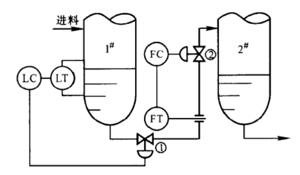


图 5.13 液位和流量不协调的控制方案

下降。由于 1 号池的出料就是 2 号池的进料,因而 1 号池的动作引起 2 号池进料量增加,于是,流量调节器又发出控制信号去减小调节阀②的开度。由于调节阀①、②是安装在同一条管道上,造成两套控制系统之间的互相矛盾。

为了解决前后两池之间在物料供求上的矛盾,可以使用均匀控制系统。均匀控制系统可以在工艺容许的范围内,同时缓慢地调节过程的液位(压力)和流量。目前常用的均匀控制系统有三种,即简单均匀控制系统、串级均匀控制系统及双冲量均匀控制系统。

一、简单均匀控制系统

图 5.14 为两个曝气池流量与液位简单均匀控制系统的示意图。由图可见,均匀控制系统与液位定值控制系统的结构和所使用的仪表完全一样。但是,系统设计的目的不同。对于液位定值系统来说,整定调节器参数的目标,是当液位受到扰动后,能使液位较快地恢复到原来的设定值。这种参数整定的结果,使 1 号池的出水流量加大。而在均匀控制系统中,1 号池液位和 2 号池进料量这两个参数只须控制在工艺规定的范围内并呈缓慢变化即可。为此,调节器的比例度应大一些,使系统过渡过程缓慢而无振荡。因此,均匀控制系统的结构虽然与定值控制形式上相同,但须按均匀控制系统要求来整定调节器的参数。

在均匀控制系统中,调节器一般选用比例作用。调节器参数整定时,先把比例度放在一个较小的数值,再逐步由小到大,只要在工艺负荷波动的范围内,液位不超出要求的控制范围即可,比例度一般大于 100%。有时为了防止连续出现同向扰动使受控变量超出工艺规定的上下限,可适当引入积分作用。若选用比例积分调节器,积分时间宜放长一些,一般为 10 分钟以上,比例度也可以按照上述方法,由小到大逐步进行试验。均匀控制液位测量变送器的量程可适当大一些。简单均匀控制系统的优点是结构简单、操作方便、成本低,但其控制效果较差,只适用于扰动较小、控制要求较低的场合。

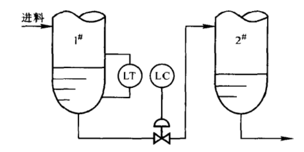


图 5.14 曝气池流量与液位简单均匀控制系统

二、串级均匀控制系统

由于 1 号池流过调节阀的流量要受 1 号池的液位影响,同时还与前后两个池之间的压差有关,若要求 2 号池的进水量比较平稳,上述简单均匀控制系统就不能满足要求。为了消除压力扰动的影响,可以增加流量为副参数,形成曝气池液位及流出流量的串级均匀控制系统。

如图 5.15 所示,液位调节器 LC 的输出作为流量调节器 FC 的给定值,如果因进水量增加使 1 号池的液位升高,液位调节器(在作用)的输出信号相应增大,通过反作用的流量调节器使调节阀缓慢开大,其结果是使 1 号池的液位不是快速下降,而是缓慢升高。同时,2 号池的进水量相应缓慢增大。这样,液位与流量均为缓慢地变化,实现了均匀协调的控制目的。若 2 号池的进水量因扰动发生变化,系统首先通过副回路进行控制,调节 2 号池的进水量。该项动作会使 1 号池液位受到影响。于是系统再通过液位调节器改变流量调节器的给定值,缓慢改变调节阀的开度,使液位与流量都在规定变化范围内作均匀缓慢地变化,达到均匀控制的目的。

串级均匀控制系统在结构上与串级控制系统完全一样,但使用串级均匀控

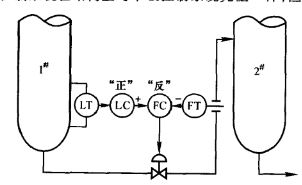


图 5.15 液位及流量的串级均匀控制系统

制系统的目的主要不是提高曝气池液位的控制质量，而是在充分利用曝气池的有效缓冲容积，使池的液位与流出流量均匀协调。串级均匀控制系统副回路的作用与串级系统副回路相同，当两池的压差波动时，副回路能迅速动作，以有效克服池压差对流量的干扰，尽快将流量值调节到给定值。

串级均匀控制系统中主、副调节器控制规律的选择十分重要。主调节器一般采用 PI 控制规律，目的是在扰动作用后利用积分控制规律消除余差，使液位在给定值的容许范围内变化。若无积分作用，则在同向干扰的连续作用下，液位有可能超越给定值的上下限。副调节器一般选用 P 控制规律或 PI 控制规律。

串级均匀控制系统能克服较大的扰动，使主、副参数的变化均匀缓慢。所以，尽管该系统结构较复杂，且使用的自动化仪表较多，但在生产过程自动化中仍然得到较多的应用。

三、双冲量均匀控制系统

双冲量均匀控制是以液位和流量两个信号之差来作为受控变量的简单控制系统。图 5.16 为液槽的双冲量均匀控制系统示意图。图中加法器的输出等于液位器 LC 测量信号减去流量测量信号 q_{V0}，再加上一个固定偏置信号 C。加法器的输出送到流量调节器 FC，作为流量控制的给定值。调节可调偏置 C，使稳态时的液位值和流量值均在工艺要求范围内。当进料量扰动使液槽液位升高，则加法器输出相应增加，调节器接受这个偏差信号后开大调节阀，增加液槽流出流量。流量增加以后，加法器的输出立即下降，调节器的输入偏差信号减少，使得调节阀不会开得过大，以免引起流量改变过大。当液位和流量两个测量信号之差接近原来的数值时，加法器的输出重新恢复到与调节器的给定值相接近，系统逐渐趋于稳定。显然液位在达到新的稳态时会比原有液位有所升高，而相应的流量在新的稳态时也将比原来有所增加，从而系统达到了均匀控制的目的。

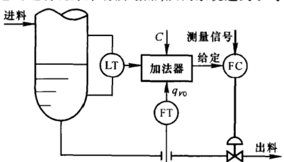


图 5.16 双冲量均匀控制系统示意图

双冲量均匀控制系统在结构上是一个以液位和流量之差来作为受控变量的

简单控制系统,调节器可以选用比例积分调节器,积分时间放长一些,比例度可比简单均匀控制为小。由于双冲量均匀控制系统结构较为简单,仅比简单控制系统多用一个加法器,而加法器相当于一个比例度为100%的液位调节器,因而此系统又具有液位-流量串级控制系统的品质。

第四节 分程控制系统

一、结构与原理

在上面介绍的几种控制系统中,一个调节器的输出一般只带动一个调节阀。但有时一个调节器的输出需要带动两个或两个以上的调节阀,每个调节阀在调节器输出信号的某段范围内动作。一个调节器带动两个或两个以上调节阀工作的系统被称为分程控制系统。

分程控制系统中调节器输出信号的分段是由附设在控制阀上的阀门定位器实现的。阀门定位器相当于一个放大倍数可变且零点可以调整的放大器。例如,阀门定位器的零点和量程不同的两个调节阀可用于分程控制,一个调节阀在0.2~0.6 MPa的信号范围内工作,另一个调节阀在0.6~1.0 MPa的信号范围内工作。

图5.17为反应器温度分程控制系统及其方框图。为了满足反应器内温度恒定的工艺要求,当反应器温度低于设定值时,调节器输出信号区段控制阀门A加入蒸汽,同时阀门B处在关闭状态,使反应器温度升高。当反应器温度高于设定值时,调节器输出信号区段控制阀门B通入冷水,同时阀门A处于关闭状态,使反应器温度降低。蒸汽阀A选用气开式,冷水阀B选用气关式,调节器为

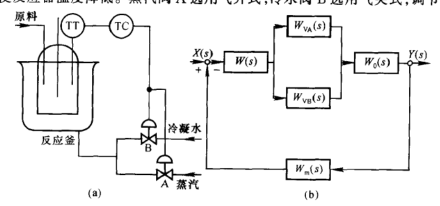


图5.17 (a)反应器温度分程控制系统(b)及其方框图

反作用式。

根据调节阀的开、关形式和分程信号区段不同，分程控制系统可分为调节阀同向动作与调节阀异向动作两大类。

1　调节阀同向动作分程控制系统

图 5.18 所示为调节阀同向动作的分程控制系统阀门开度和调节器输出信号关系图。图 5.18(a)表示两个调节阀均选气开型。当调节器输出信号从 0.02 MPa 增大时，A 阀打开；信号增大到 0.06 MPa 时，A 阀全开，同时 B 阀开始打开；当信号达到 0.1 MPa 时，B 阀也全开。图 5.18(b)表示两个调节阀均选气关型。当调节器输出信号从 0.02 MPa 增大时，A 阀由全开状态开始关闭；信号达到 0.06 MPa 时，A 阀全关，而 B 阀开始关闭；当信号到 0.1 MPa 时，B 阀也全关。

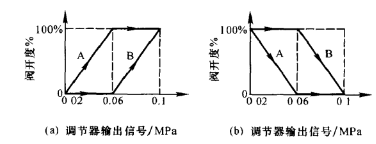


图 5.18　调节阀同向动作的分程控制系统工作原理示意图

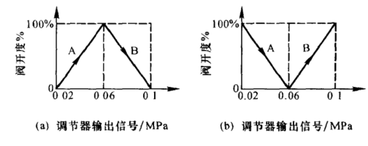
2. 调节阀异向动作分程控制系统

图 5.19 所示为调节阀异向动作的分程控制系统阀门开度和调节器输出信号关系图。图 5.19(a)中调节阀 A 选用气开型，调节阀 B 选用气关型。当调节器输出信号大于 0.02 MPa 时，A 阀打开；信号增大到 0.06 MPa 时，A 阀全开，同时 B 阀开始关闭；当信号达到 0.1 MPa 时，B 阀全关。图 5.18(b) 中调节阀 A 选用气关型，调节阀 B 选用气开型。当调节器输出信号改变时，两个阀门的动作与图 5.19(a)相反。

二、应用范围

1. 扩大控制阀可调范围，改善控制品质

若某厂锅炉产汽压力为 10 MPa，生产需要压力为 4 MPa，需通过节流减压获得适宜的蒸汽压力。如果只使用一个控制阀，则为了适应高压蒸汽大流量的需要，控制阀的口径要选得很大。这样，在通常情况下控制阀只能在小开度下工作。因为大阀在小开度下工作，阀特性会发生畸变，易产生噪声、振荡，使控制质量降低。这个矛盾可通过选用两个同向动作的控制阀构成分程控制系统来解决。



(a) 调节器输出信号/MPa　　(b) 调节器输出信号/MPa

图 5.19 调节阀异向动作的分程控制系统工作原理示意图

图 5.20 为蒸汽减压分程控制系统示意图。该系统采用 A、B 两个同向动作的气开式控制阀，A 阀在控制器输出信号压力为 0.02～0.06MPa 时从全闭到全开，B 阀在控制器输出信号压力为 0.06～0.10MPa 时从全闭到全开。在正常情况即小负荷时，B 阀处于关闭状态，蒸汽减压只通过 A 阀开度的变化来进行控制。在大负荷时，A 阀已全开，B 阀也开始打开，以弥补 A 阀全开时蒸汽供应量的不足。

假定控制阀 A、B 的最大流通能力 C_{max} 均为 100，可调范围 R 均为 30，则：

$$C_{min} = C_{max}/R = 100/30 \approx 3.33$$

在采用分程控制后，两阀全开时的最大流通量为：$C'_{max} = C_{max,A} + C_{max,B} = 200$

阀门组合后可调范围为：　$R' = C'_{max}/C_{min} = 200/3.33 \approx 60$

因此，在采用两个流通能力相同的控制阀构成分程控制后，组合控制阀可调范围比单个控制阀的可调范围扩大一倍，可以满足不同生产负荷的要求，而且控制的精度和质量得以改善，生产的稳定性和安全性也可得以提高。

2. 控制不同介质，满足工艺要求

在某些间歇式反应过程中，为了使反应在一定温度下得以进行，在反应开始前需要提供一定的热量。达到反应温度后，反应即可开始，并可能在反应过程中释放出热量。这些放出的热量会提高反应温度，影响反应进行。因此，在设计这种间歇式反应器的控制系统时，要考虑反应前的预热和反应中及时移走反应热两方面的问题。为此，可设计如图 5.21 所示的分程控制系统。

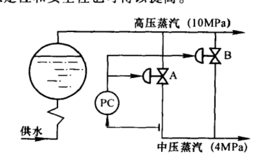


图 5.20 蒸汽减压分程控制系统示意图

图 5.21 中温度控制器选择为反作用，冷水控制阀选为气闭式，蒸汽控制阀

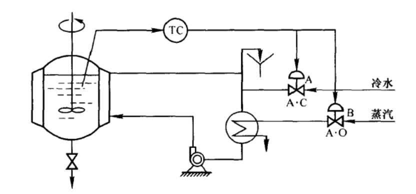


图 5.21 间歇式化学反应器分程控制系统

选为气开式，两阀的分程情况如图 5.22 所示。该系统工作情况如下。在进行反应前的升温阶段，由于温度测量值小于给定值，因此控制器输出逐渐增大，A 阀逐渐关小至完全关闭，而 B 阀则逐渐打开，反应器夹套中流过被蒸汽加热的热水，反应器温度上升。当反应开始以后温度测量值大于给定值时，控制器的输出将减小(控制阀是反作用)，B 阀将逐渐关小乃至完全关闭，而 A 阀则逐渐打开，反应器夹套中流过的是冷水，带走反应产生的热量。

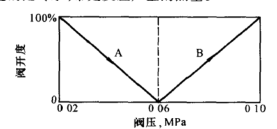


图 5.22 间歇式反应器 A、B 阀分程特性

本方案中选择蒸汽控制阀为气开式、冷水控制阀为气闭式是从生产安全角度考虑的。一旦出现供气中断情况，A 阀将处于全开，B 阀将处于全闭，就不会导致发生事故。

3. 生产安全防护措施

为防止空气氧化使油品变质，常在油品储罐液位以上空间充以氮气，称之为氮封。为了保证空气不进入储罐，一般要求氮气压力保持为微正压。由于储罐液位的变化会导致氮封压力的变化，因此当由储罐抽取燃油时，要向储罐补充氮气；当向储罐中注入燃油时，要排出储罐中部分氮气。为了维持储罐中氮封压力，可采用图 5.23 所示的分程控制系统。

系统中 A 阀采用气开式、B 阀采用气闭式，控制器为反作用。两分程阀的特

性如图 5.24 所示。系统工作之前假定将控制器的控制点压力调整为 0.06 MPa（控制点压力即偏差等于零时的控制器输出）。当储罐压力升高时出现正偏差，由于压力控制器是反作用，因此输出将减小而低于 0.06 MPa。这时 A 阀全关，B 阀因控制器输出压力低于 0.06 MPa 而打开，储罐中的一部分氮气通过放空管放空，使储罐内的压力下降。当因从储罐内抽油而使罐压下降时，控制器感受到负偏差，于是控制器输出将增大而高于 0.06 MPa，这时 B 阀关闭而 A 阀打开。于是氮气被加入到储罐中，提高了储罐的压力。

若储罐压力在给定值附近波动，此时 A、B 两阀会频繁动作，影响控制阀的使用寿命。这个问题可通过在两阀信号交接处设置一个不灵敏区来缓解，如图 5.24 所示。方法是通过阀门定位器的调整，使 B 阀在 0.02～0.058 MPa 范围内从全开到全关，使 A 阀在 0.062～0.10 MPa 范围内从全关到全开。当控制器输出信号在 0.058～0.062 MPa 范围变化时，A、B 阀都处于全关位置，形成不灵敏区。

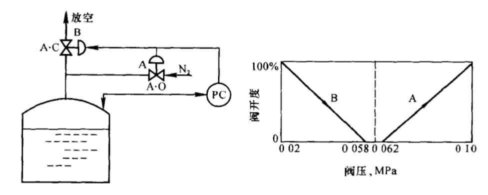


图 5.23 油品储罐氮封分程控制系统　　图 5.24 油品储罐氮封分程阀特性

第五节 自动选择性控制系统

在生产过程中有时会出现不正常工况，原先设计的控制系统无济于事。这时，一般需停止生产来排除故障，其结果有可能要浪费大量原材料，并排放大量污染环境的废弃物。在这种情况下，可考虑由其它调节器来进行控制。所谓选择性控制系统，就是将特殊场合下工艺过程所要求的控制逻辑叠加到常规控制中。选择性控制系统也被称为超驰控制系统或取代控制系统。

一、选择器在变送器和调节器之间

如图 5.25 所示，此类选择性控制系统比较简单，其特点是几个测量变送器合用一个调节器。

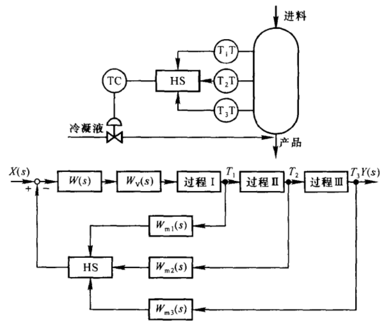


图 5.25 选择器在调节器之前示意图

1. 选择最高或最低测量值

图 5.26 所示的固定床反应器，经长期使用触媒活性会逐渐下降，为防止反应器温度过高烧坏触媒，必须根据反应器内最高温度即热点温度来控制冷却剂量。为此，可在触媒层不同部位设置温度检测器，其输出信号经高选器后作为调

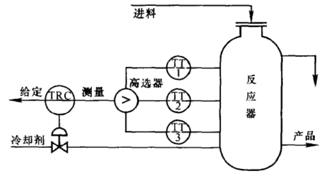


图 5.26 固定床反应器选择性控制系统

节器的测量值去进行温度控制。

图 5.27 是某装置设计中用于两个反应器负荷平衡控制的阀位开度选择性控制系统。工艺流程上采用了两个反应器并联操作，为了保证气体负荷的平均分配和节能，要求两个反应器的流量相等，并尽可能接近上限。为此，须使用各反应器前管路上的调节阀进行调节。调节方法是，阻力大的反应器管路调节阀处于接近全开，阻力小的反应器管路调节阀开度小一些，使两个反应器能通过同量气体，并使气体流量尽可能高。调节阀接近全开能减少能耗，同时又有调节的余地。根据工艺生产安全的要求，调节阀 FCV-1、FCV-2 均选用气关阀。阀位信号经过低选器选择阀位开度大的信号送到阀位调节器 VPC，在 VPC 调节器内与给定值相比较后输出一个信号作为流量调节器 FRC-1、FRC-2 的给定。假若 VPC 调节器的给定值设为 0.25 kgf/cm^2，则它将自动改变输出，使得 FRC-1 和 FRC-2 的流量调节器也改变输出，最终使得调节阀 FCV-1 和 FCV-2 中开度较大的一个调节阀的阀位刚好相应于 0.25 kgf/cm^2 的信号值。采用阀位调节器 VPC 的作用在于始终让调节阀的开度接近最大，以得到较高的产率和降低能耗；而把两个调节阀的阀位信号经低选器选择后作为阀位调节器 VPC 的测量值，是为了始终选择系统阻力大的调节阀的阀位，即开度大的调节阀的阀位，作为流量负荷均分的标准。这种方法能保证去反应器 A 和去反应器 B 的气体流量完全相等。若以阀位开度小的信号作为流量负荷均分的标准，当此阀接近全开时，另一阀可能早已全开，不能保证两个系统流量负荷的均分。

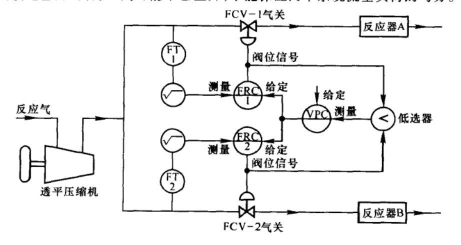


图 5.27 反应器负荷平衡控制用阀位开度选择性控制系统

2. 选择可靠测量值

在重要的生产过程检测控制点，需要在同一检测点安装多台检测变送器，从中选出可靠值去进行操作控制。此可靠值可以是最高值，也可以是最低值或中

间值。图 5.28 显示某高压管式反应器中采用的压力选择性控制系统。由于正常生产时该管式反应器的操作压力都在 1 000 kgf/cm^{2}以上，为了保证压力控制绝对可靠，用高选器选择三个压力变送器输出中的高值作为压力调节器的测量值，以保证反应器操作时的安全。

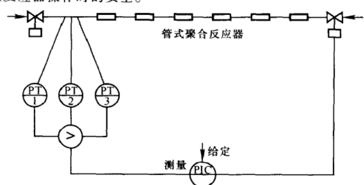


图 5.28　管式反应器压力选择性控制系统

二、选择器在调节器和调节阀之间

此类控制系统的特点，通常是两个调节器共用一个调节阀。其中正常调节器在生产正常情况下工作，取代调节器处于待命状态。在生产正常情况下，两个调节器的输出信号同时送至选择器，选出能适应生产安全状态的控制信号送给调节阀，实现生产过程的自动控制。当生产工艺情况不正常时，通过选择器(低值或高值)选出能适应生产安全状况的控制信号，由取代调节器工作，直到生产恢复正常为止，仍然使用正常调节器来控制生产过程。

1. 选择不同调节器输出

这类选择性控制系统有两个调节器，可以按工艺要求使两个不同的调节器输出到同一个调节阀。图 5.29 表示一废有机溶剂回收系统中采用的塔釜压力与冷剂液位选择性控制系统。图中精馏塔塔釜压力通过调节冷凝器冷剂液态丙烯的流量来控制，压力升高时增大调节阀 PCV 的开度。当冷凝器冷剂液位过高时，LC 位式调节器动作，切断 PRC 调节器的输出，使调节阀 PCV 处于全关，直到冷剂液位恢复正常，接点再重新闭合，恢复 PRC 的控制作用。这样即可防止冷剂液位过高时冷剂进入丙烯压缩机引起事故。

选择不同调节器输出的选择性控制系统，还可以用来解决均匀控制的问题。图 5.30 所示的系统即为能起均匀控制作用的液位、流量选择性控制系统。只要储槽内的液体在某一液位以上，流量调节器 FIC 的控制作用便能维持一个恒定的排出量；如果液位低于该值，则液位调节器 LIC 取代流量调节器，限制泵排出

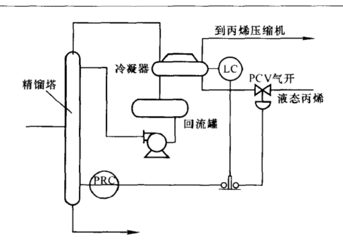


图 5 29 塔釜压力与冷剂液位选择性控制系统

的流量，以防止液位进一步下降。其中，液位调节器为正作用、比例式，而流量调节器为反作用、比例积分式，调节阀为气开式。液位调节器的输出直接作为流量调节器供气压力控制。当储槽内的液位高于给定液位一定数值时，液位调节器因为有较大的输入偏差，所以液位调节器的输出接近于气源压力，此时流量调节器在给定值从储槽排出物料。当液位下降至给定值附近或给定值以下时，液位调节器的输出显著下降，使流量调节器的供气压力下降，引起流量调节器输出下降，调节阀关小。在流量调节器的供气压力显著下降以后，调节阀的控制即改由液位调节器实现，液位调节器与流量调节器之间产生平滑切换。

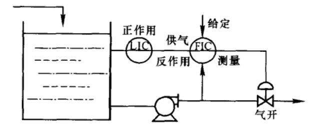


图 5.30 液位、流量均匀控制选择性控制系统

2. 选择不同操作变量

这种选择性控制系统有两个调节阀，在过程达到某一状态后，能按预先的设计将调节器的输出从一个调节阀转移到另一调节阀。图 5.31 表示燃烧弛放气和燃料气两种燃料的蒸汽锅炉的燃烧控制系统，在控制上要求优先使用弛放气，但弛放气限量为 $q_{V\max}$，超过此限量弛放气流量即不能再增加。此时可开启燃料气调节阀，补充部分燃料气，以保持汽包压力稳定。图中汽包压力控制器 PRC

与弛放气流量控制器 FRC－3、燃料气流量控制器 PRC－4 组成串级控制系统。当 PRC 调节器的输出小于 $q_{V\max}$ 值时，通过低选器作为弛放气流量调节器 FRC－3的给定值，此时减法器的两个输入均为 PRC 的输出，所以在减法器内相减后的输出信号，即燃料气流量调节器 FRC－4 的给定值为零，燃料气调节阀 FCV－4 全关。当汽包压力下降，PRC 调节器的输出大于 $q_{V\max}$ 值以后，$q_{V\max}$ 值通过低选器。此时弛放气流量保持在工艺允许最大值即 $q_{V\max}$ 值，而燃料气流量调节器的给定值为减法器的输出，即 PRC 调节器的输出减去 $q_{V\max}$ 值，引起燃料气调节阀 FCV－4 开启。这个选择性控制系统实现了先烧弛放气，不足的热负荷由燃料气弥补的工艺要求。

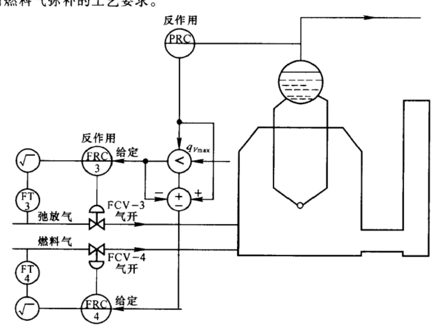


图 5.31　使用两种燃料的蒸汽锅炉燃烧控制系统

三、应用范围

选择性控制系统广泛应用于现代工业生产过程自动化中，例如用于对生产设备的自动保护，按生产需要进行自动配料，根据质量指标进行极值指标的选择控制，开车、停车控制等。

1. 实现软保护

图 5.32 为一锅炉压力选择性控制系统。在正常情况下，蒸汽压力调节器给出信号 a 小于天然气压力信号 b，低选器 LS 选中 a 去控制调节阀。而当蒸汽压

力大幅度降低、调节阀开启过大、阀后压力接近脱火压力时，b 被 LS 选中取代蒸汽压力调节器关小阀的开度，避免脱火现象，起到自动保护作用。当蒸气压力恢复正常时，$a<b$，经 LS 选择器自动切换，蒸汽压力调节器重新恢复运行。天然气压力调节器又处于开环状态。

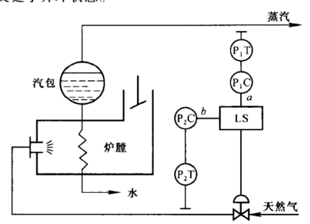


图 5.32 锅炉软保护压力选择性控制系统

2. 实现产量自动调整

在连续生产过程中，有时需要几种物料按一定比例配料。在出现某种物料供应不足时，需要降低产量，待物料充足时，再恢复正常生产。这种产量的自动调整工作，可以由选择性控制系统完成，如图 5.33 所示。

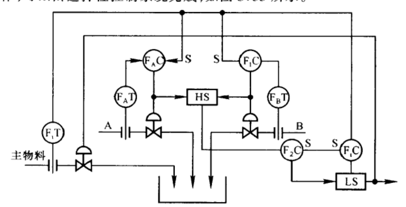


图 5.33 产量自动调整选择性控制系统

图中主物料由流量调节器 F_1C 来控制，A、B 物料由比值调节器 F_AC 和 F_BC 维持一定比值进行配料。取代调节器 F_2C 的给定值设在主物料调节阀 95% 开度所对应的数值上，其测量值是 F_AC 和 F_BC 中通过高选器 HS 的一个高值。在

正常情况下，该测量值小于给定值。调节器 F_2C 输出大于调节器 F_1C 输出的信号，故调节器 F_2C 处于开环待选状态。

当 A、B 物料中有任一物料不足时，相应的调节器 F_AC 或 F_BC 便控制其调节阀，以增大该物料量。此时，相应调节器 F_AC 或 F_BC 的输出被高选器 HS 选中，作为调节器 F_2C 的测量值。由于测量值的增大，使调节器 F_2C 的输出减小。若该物料流量继续减小，调节器 F_2C 的输出也减小，于是被低选器 LS 选中，调节器 F_2C 便被切换上以控制主物料调节阀工作，使主物料量减少。由于主物料的测量值是比值调节器 F_AC、F_BC 的给定值，所以也使 A、B 物料量减少，在低产量时仍保持比值关系继续生产。待恢复正常供料时，对应的 A 物料调节阀或 B 物料调节阀恢复到 95% 的开度以下，由于调节器 F_2C 的测量值减小，其输出信号增大，通过低选器 LS，调节器 F_1C 又被自动切换以控制主物料调节阀工作。

当 A、B 物料中有一种断料时，相应的比值调节器 F_AC 或 F_BC 的输出信号最大，通过高选器 HS 使调节器 F_2C 的测量值达到最大，故其输出最小，于是低选器的输出信号将主物料调节阀全关，相当于停车待料。当物料恢复供应时，再由人工手动开车，并恢复系统的自动控制。

3. 实现节水

某些反应器可分为预热区、反应区和冷却区 3 个部分，由 3 组压力不同的热水系统循环，发生的蒸汽送至管网。热水系统尽量利用热水槽所能供应的循环热水，当循环热水不足时，再使用软水进行补充。

图 5.34 所示为节水系统的控制流程图。图中有两套液位控制系统，即冷凝储槽液位控制系统和除氧器液位控制系统，LC1 反作用式调节器，LO2 为正作用式调节器，由 *A*、*B*、*C*、*D* 四个调节阀进行分程工作。调节阀 A 为软水补充阀，调节阀 B 为通向管网的排水阀，调节阀 C 是由冷凝储槽至除氧器的流通阀，调节阀 D 是至管网的排水阀。

当除氧器的液位偏低时，保持调节阀 C 全开，调节阀 B 全关。如控制效果不理想，则打开调节阀 A，以补充软水。当除氧器的液位偏高时，关闭调节阀 A，逐渐开启调节阀。若控制效果仍不理想，则关小调节阀 C。当储槽液位偏高时，保持调节阀 C 全开，同时开启调节阀 D，将热水送往管网。当冷凝槽液位偏低时，调节阀 D 全关，同时逐渐关小调节阀 C。选用低选器 LS 的目的，是尽可能保持调节阀 C 处于开启状态，保持由冷凝槽至除氧器的流通途径。只有在冷凝储槽液位偏低、同时除氧器液位偏高时，才将调节阀 C 关小。

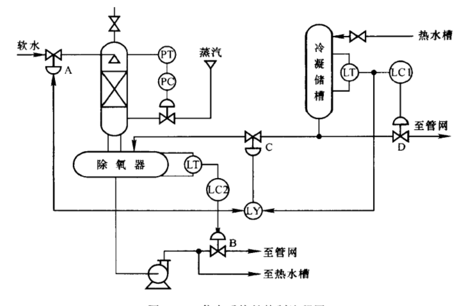


图 5.34　节水系统的控制流程图

第六节　前馈控制系统

在以上各节述及的控制系统中，调节器均按给定值相对于测量值之偏差来计算控制变量的数值，所以均为反馈控制系统。

尽管反馈控制系统已经获得广泛应用，但若受控过程干扰幅度大、纯滞后时间长、时间常数大，则反馈控制的结果可能不够理想。究其原因，一是偏差存在时间较长，二是校正作用起步较晚。干扰幅度大时，受控变量的偏差也会较大，此时调节阀开度须有相应较大的改变才能给予有效的控制，因此调节器须有较强的积分作用，而较强的积分作用意味着受控变量偏差存在时间较长。对象的纯滞后时间长、时间常数大时，反馈调节器须等待较长时间才能获得受控变量的偏差值，然后再改变输出，因此校正作用起步就较晚。此外，若受控过程的工艺参数如分子量、粘度、组分等难以测量时，无适用的检测仪表来构成闭合的反馈系统，也不能使用反馈控制系统。

反馈控制的上述问题，部分可以通过使用前馈控制来解决。

一、结构与原理

与反馈控制相比，前馈控制的检测信号是干扰量而不是受控变量，前馈控制

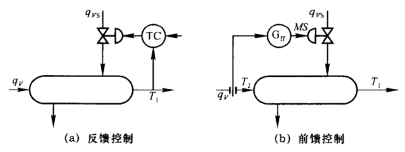


图 5.35　反馈控制(a)与前馈控制(b)比较示意图

的控制依据是干扰量大小而不是受控变量偏差的大小，前馈控制作用发生的时间上是在受控变量偏差出现之前而不是偏差出现之后。图 5.35 为前馈控制与反馈控制比较的示意图。由图可见，反馈控制是闭环控制，而前馈控制是开环控制。

1. 单纯前馈控制

单纯前馈控制又称静态前馈控制，是指前馈调节器的输出量只是其输入量的函数，与时间无关。静态前馈控制器一般使用比例控制规律。动态前馈控制也是一种单纯前馈控制，但其模型复杂，对设备装置要求高，一般不常使用。

图 5.36 为热交换器静态前馈控制系统，进口温度为 T_1 的某种物料，经热交换器后被加热到所要求的温度 T_2。系统扰动为进料温度和进料流量，控制变量为蒸汽流量。由传热理论可知，$q_{VS}H_S = q_{VL}c_P(T_2 - T_1)$，式中，$q_{VS}$为蒸汽流量，$H_S$ 为液体蒸发潜热，q_{VL} 为被加热液体的流量，c_P 为被加热液体的比热，T_1、T_2 分别为被加热液体进出热交换器的温度。

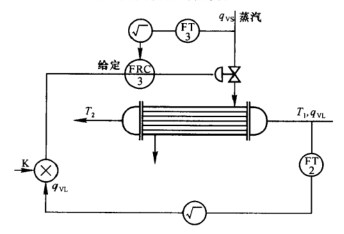


图 5.36　热交换器静态前馈控制示意图

当进料流量 q_{VL} 发生变化时，在单纯前馈控制作用下蒸汽流量 q_{VS} 作出相应的变化，使热交换器出口温度 T_2 相应发生变化，过程动态如图 5.37 所示。如果静态前馈控制模型比较准确，则在 q_{VL} 变化完成后，热交换器出口温度 T_2 与原先的设定值能基本相符。

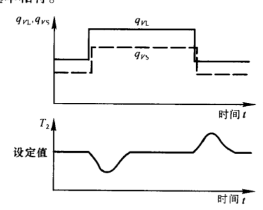


图 5.37　热交换器液体流量、蒸汽流量及出口温度 T_2 的变化

应该注意，在 q_{VL} 变化时，尽管有前馈控制，但液体在出口处的温度 T_2 并不能与设定值立即相符，而是在一段时间内存在偏差，其原因是传热需要时间。液体在热交换器进、出口之间流动的时间，比传热过程所需时间要短，因此，即使前馈控制迅速启动蒸汽流量的变化，通过传热使液体的出口温度到达设定值仍需时间。因而在干扰频繁、控制精度要求较高的场合，单纯前馈控制就可能不理想。

2. 前馈反馈控制

在图 5.36 所示热交换器前馈控制系统中，若蒸汽流量不变，但蒸汽压力变化使蒸汽热焓波动，或热交换器的热阻或热损失发生改变，此时热交换器出口物料温度与设定值也会不相符。这些变化很难用单纯前馈方法解决，但可在前馈控制中引入反馈机制，由反馈控制来解决前馈控制回路以外的干扰。

图 5.38 为前馈反馈控制系统示意图。当热交换器出口物料温度 T_2 与设定值有偏差时，温度调节器 TRC－2 改变输出 T_2'。T_2 下降可由物料进口温度 T_1 下降引起，也可由物料流量变化 q_{VL} 引起。若 T_2 下降由 T_1 下降引起，则 T_2' 减小，$T_2' - T_1$ 的数值减小，反馈控制根据 $T_2' - T_1$ 的数值决定蒸汽阀门的开度大小。若 T_2 下降由 q_{VL} 引起，则直接根据前馈控制模型改变蒸汽流量 q_{VS}。在这个前馈反馈控制系统中，物料流量的干扰由前馈控制克服，物料温度的干扰由反馈控制来完成。为清除出口温度余差，反馈调节器的控制方式应该具有积分作用。

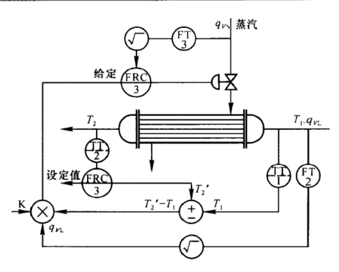


图 5.38　前馈反馈控制系统示意图

与单纯前馈控制相比，前馈反馈控制具有以下优点：(1) 通过反馈控制可以保证受控变量的控制精度，即保证受控变量稳定后的数值，能克服前馈控制回路之外各种扰动的影响；(2) 引入反馈控制后，可以降低对前馈控制模型精度的要求，便于简化和实施前馈控制模型；(3) 由于存在反馈控制回路，提高了前馈控制模型的适应性。因此，在工程设计中宜将前馈控制与反馈控制结合在一起使用。

二、应用范围

1. 液位控制

大型锅炉若给水中断，从汽包正常液位到水尽锅干的时间可以仅为 3 分钟。如果采用单回路液位控制系统，由于蒸汽负荷的波动，难以获得理想的控制效果，危险性很大。由于汽包负荷大而本身容积小、时间常数小、可能有虚假液位等因素，一般可采用三冲量控制系统，来使给水量适应蒸发量、保持液位的适当高度。

图 5.39 是锅炉汽包液位三冲量控制系统示意图。在这个系统中，蒸汽流量、汽包水位、给水流量被称为三冲量。蒸汽流量作为前馈信号引入给水副回路，汽包水位和给水流量成串级反馈回路。采用蒸汽流量前馈有两个优点：一是蒸汽负荷改变时能自动改变给水流量，不需要等到液位产生偏差后再来引入校正作用，有利于汽包液位的控制；其次，液位调节器 LIC 可以把比例度和积分时间放得稍大，以便给水流量较为平稳。

2. 浓度控制

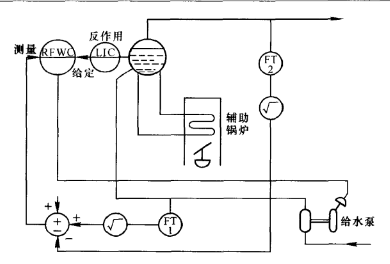


图 5.39 锅炉汽包液位三冲量控制系统示意图

蒸发作为一种单元操作,是通过加热使溶液浓缩或使溶质析出的物理过程。图 5.40 是蒸发过程前馈反馈控制系统示意图。在一定压力下,溶液中溶质的含量,与溶液的沸点和水的沸点之温差有对应关系。故可以用该温差作为受控变量,对溶液浓度有明显影响的进料溶液浓度作为控制变量,加热蒸汽流量作为前馈控制信号,构成前馈－反馈控制系统。

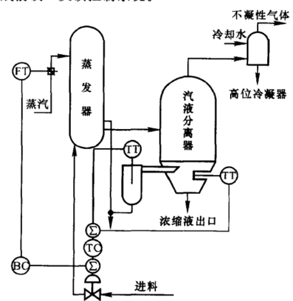


图 5.40 蒸发过程前馈－反馈控制系统示意图

3．温度控制

图5.41是连续消毒塔温度前馈－反馈控制系统示意图。连续消毒塔的主要工艺指标是其出口温度。虽然影响连续消毒塔出口温度的主要因素是蒸汽压力，但蒸汽压力是可测而不可控的参数。所以，选用连续消毒塔出口温度为受控变量，物料进料流量为控制变量，将蒸汽压力作为前馈信号用以调节进料流量，构成前馈－反馈控制系统。

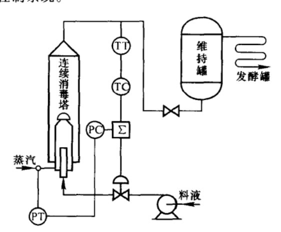


图5 41　是连续消毒塔温度前馈－反馈控制系统示意图

第七节　非线性控制系统

上述的各类控制系统适用于线性过程，即若受控过程中控制变量和受控变量之间的关系是线性的，或近似线性，或可以在一定区间线性化。但若控制变量和受控变量之间的关系不是线性或不是近似线性，又不能在一定区间线性化，则该过程的控制只能使用非线性控制系统。非线性控制的作用，是为控制变量提供一定的额外数值，以补偿因过程严重非线性而导致的控制量的不足。

一、结构与原理

1．采用非线性调节器

非线性过程控制的方法之一，是使用非线性调节器。非线性调节器的特性与受控过程特性相反，可以用来补偿受控过程的非线性，在一定范围内使系统开环增益接近不变或变化较小。

例如，在Ⅲ型电动仪表系列的基型调节器上增加一个非线性单元，即可构成

非线性调节器。图 5.42 所示为该调节器比例微分电路的输入信号 U_A，与输出 U_{01}之间的关系。由图可见，在控制点附近的一个区域，比例增益大幅度降低；在该区域之外，比例增益恢复原值。

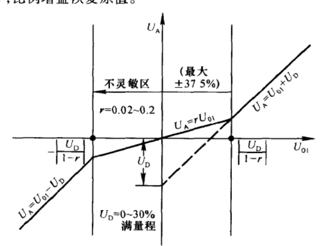


图 5.42 非线性调节器中非线性环节的特性

实际工作时，可以为调节器设定一个不灵敏区的工作电压 U_D，U_D 应为负值，范围为满量程的 0～30%。再设定一个比例增益衰减系数 r，r 的值为 0.02～0.2。在偏差 $|U_{01}| < |U_D/(1-r)|$ 的范围内，$U_A = rU_{01}$。在偏差 $|U_{01}| > |U_D/(1-r)|$ 的范围内，$U_A = rU_{01} \pm U_D$。在不灵敏区即 $\pm|U_D/(1-r)|$ 范围内，调节器增益相当于原有数值乘以衰减系数 r；在不灵敏区以外，调节器保持原有增益不变。为了与不灵敏区内的输出值相衔接，调节器的 U_A 值可在原有基础上增减一个数值，经计算，最大不灵敏区为 ±37.5% 满量程。

2. 采用选择器

将基型比例积分调节器与高选器、低选器组合，即可组成一个非线性调节器，如图 5.43 所示。

从变送器来的测量信号 C，一路直接到调节器作为测量值，另一路经过高选器、低选器再到调节器作为给定值。高选器的设定值 C_1 应小于低选器的设定值 C_2。调节器的输入偏差 e 与测量值之间的关系为，受控变量 C 小于设定值 C_1 时，调节器给定值为 C_1；C 大于设定值 C_2 时，调节器给定值为 C_2；而 C 界于 C_1、C_2 时，调节器给定值为 C。

图 5.43 也显示了调节器输入偏差 e 与受控变量 C 之间的关系。在 C_1 - C_2 范围内，由于给定值与测量值相等，输入偏差 e 等于零；其它两段斜线的斜率

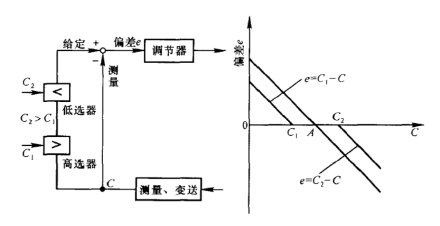


图 5.43　采用选择器的非线性调节器及工作特性

为 -1,相当于给定值分别为 C_1、C_2 的基型调节器。若 $C_1=C_2=A$,则非线性调节器的特性就由折线变成直线,形成给定值为 A 的线性调节器。

二、应用实例

1. pH 控制

在环境工程中会经常碰到 pH 的控制问题,例如用 pH 值来控制某个化学反应的终点,用 pH 值来控制废水的中和过程,等等。但是 pH 控制系统往往工作不理想,主要原因是 pH 对象所特有的严重的非线性。

pH 值是溶液中氢离子浓度的负对数,即:$pH=-\log[H^+]$,或 $[H^+]=10^{-pH}$ 在常温下水的离子积 $K=10^{-14}$,即 $K=[H^+]+[OH^-]=10^{-14}$。若溶液 pH 值已知,则水溶液 OH^- 离子的浓度为$[OH^-]=10^{-14}/[H^+]=10^{pH-14}$。若将浓度为 X_A 的盐酸(HCl)和浓度为 X_B 的氢氧化钠(NaOH)加入水中,则溶液中电离平衡为:

$$HCl + NaOH + H_2O \longrightarrow H^+ + Cl^- + Na^+ + OH^-$$

根据电荷平衡,可知$[H^+]+[Na^+]=[Cl^-]+[OH^-]$。由于 HCl 和 NaOH 溶液完全电离,$[Na^+]=X_B$,$[Cl^-]=X_A$,电荷平衡可以表示为$[H^+]+X_B=[OH^-]+X_A$ 由此可得:

$$X_A-X_B=[H^+]-[OH^-]=10^{-pH}-10^{pH-14}$$

上式表示了酸碱浓度差与 pH 值之间的对应关系,把不同的 pH 值代入此式就可以得到图 5.44 所示曲线。由图可见,在 pH 为 4～10 的范围内,对象的放大系数很大,约为其它区段的 200～300 倍,在这个区段内,酸碱浓度之间的微小不同即可使溶液 pH 值远离中性点 pH=7 处。因此 pH 的过程控制具有明显的非线性特性。

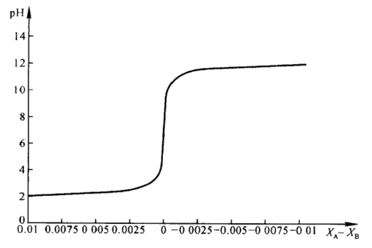


图 5.44 酸碱浓度差与 pH 值之间的对应关系

可以使用非线性调节器来实现 pH 的控制。具体方法是，根据 pH 对象的非线性特性设置 U_D 的值，使组合后系统的开环特性基本接近线性，或者组合后系统开环特性在 pH 为 5～10 的区段内较为平缓。

2. 液位控制

水处理装置的液位控制可采用非线性液位控制，如图 5.45 所示。该系统由一个低选器、一个高选器、一个带偏置的乘法器以及一个常规比例积分调节器组成。由图中可见，该系统是一个澄清池液位的简单控制系统，但液位调节器 LIC 的给定值是一个与清水池液位有关的非线性参数。

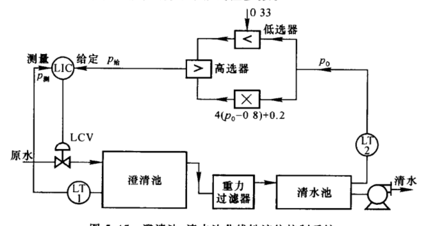


图 5.45 澄清池、清水池非线性液位控制系统

当清水池液位变送器 LT－2 的输出信号 p_0 为 0.2～0.33 kgf/cm² 时，乘法

器的输出仍在零位 0.2 kgf/cm^2；由于低选器的设定信号为 0.33 kgf/cm^2，因而经低选器后的输出将保持在 0.33 kgf/cm^2，但因乘法器后的输出仍将小于或等于 0.33 kgf/cm^2，所以经高选器后的输出将保持 $p_{给}=0.33$ kgf/cm^2 不变，当 p_0 为 0.833～1.0 kgf/cm^2 时，乘法器的输出将大于 0.53 kgf/cm^2，因而能通过高选器而被选上作为 $p_{给}$。综合以上三种情况，可得液位调节器 LIC 的给定值 $p_{给}$ 与清水池液位变送器 LT－2 的输出 p_0 之间的关系，如图 5.46 所示。

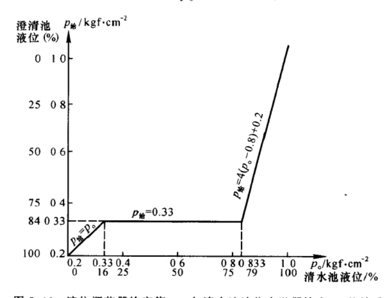


图 5.46　液位调节器给定值 $p_{给}$ 与清水池液位变送器输出 p_0 的关系

从图上曲线可见，当清水池液位较低时，如在 0%～16% 位置，澄清池液位将被控制在较高的位置，如 100%～84%。这时进水阀 LCV 的开度较大，使清水池液位逐步提高。当清水池液位在中间位置波动时，如 16%～79%，澄清池液位被控制在 84% 并保持不变，这个数值较有利于澄清池本身液位的稳定。当清水池液位因负荷减少升高到 79%～100% 时，澄清池的进水阀 LCV 关小，使澄清池液位较快地由 84% 下降，以使清水池进水量相应减少，使液位逐步恢复正常。

主要参考文献

1. Henze M. A General Model for Single - Sludge Wastewater Treatment Systems, Water Research, Vol.21, No.5, PP.505～515 1987
2. Gills G. Patry and David Chapman, Dynamics Modeling and Expert Systems in Wastewater Engineering, Lewis Publishers, USA 1989
3. Suhas V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, NewYork, US (1980)
4. 费祥麟等.高等流体力学.西安:西安交通大学出版社,1989
5. 郭荣良等.流体力学及应用.北京:机械工业出版社,1996
6. Siping Zhou *et al*. Modeling of Rectangular Settling Tanks, Journal of Hydraulic Engineering. Vol.118, No.10, 1992
7. 蒋慰孙.过程与控制.北京:化学工业出版社,1992
8. 张蕴端.化工自动化和仪表.上海:华东化工学院出版社,1990
9. Municipal Environmental Research Laboratory, Design Handbook for Automation of Activated Sludge Wastewater Treatment Plants, US EPA 1980
10. 史蒂芬拿不勒斯 G. 化工过程控制.北京:化学工业出版社,1988
11. 伍沅.化工过程动态.北京:化学工业出版社,1998
12. 孙增忻.智能控制理论与技术.北京:清华大学出版社,1997
13. 杨松林.工程模糊论方法及其应用.北京:国防工业出版社,1996
14. 张乃尧等.神经网络与模糊控制.北京:清华大学出版社,1998
15. GPS - X, Technical Reference, Hydromantis, Inc., Canada 1993
16. Adrian a. Hopgood, Knowledge - Based Systems for Engineers and Scientists, CRC Press, US 1993
17. James E. Alleman, *et al*. Applying Instrumentation and Automation in Environmental Engineering: Water and Wastewater, ISA Transactions, Vol. 31, No.1 1992
18. 陆德民.石油化工自动控制设计手册.北京:化学工业出版社,1988
19. 劢裕森.过程控制及仪表.上海:上海交通大学出版社,1995